

Dr Jan Szatkowski

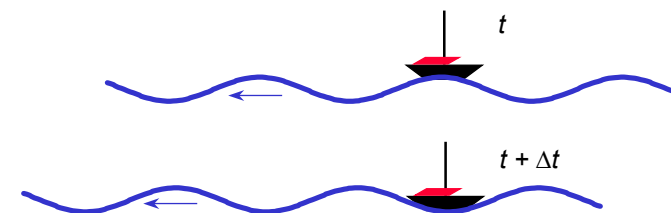
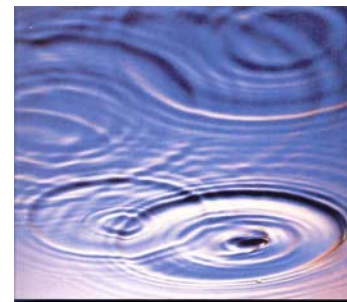
E-mail: jan.szatkowski@pwr.wroc.pl

Podręczniki:

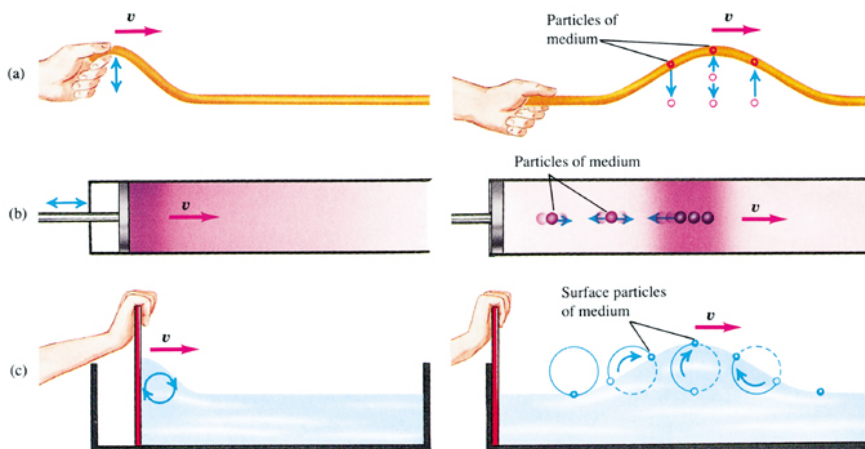
W.I.Sawielew- Wykłady Fizyki tom 3

D.Halliday, R.Resnick, J.Walker –
Podstawy Fizyki tom 5

Fale



Rodzaje fal



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

Rodzaje fal

- **Poprzeczne:** Kierunek drgań prostopadły do kierunku rozchodzenia się fali.

- Fale na wodzie
- Drgania struny
- Fale elektromagnetyczne w próżni



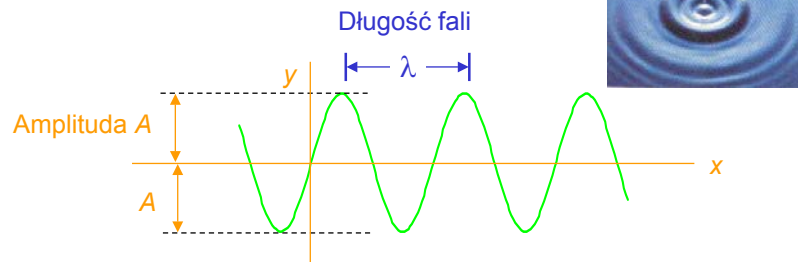
- **Podłużne:** Kierunek drgań równoległy do kierunku rozchodzenia się fali.

- Fale dźwiękowe



Własności fali

- **Długość:** Odległość λ pomiędzy punktami o identycznych własnościach.
- **Amplituda:** Maksymalne odchylenie A od punktu równowagi.
- **Liczba falowa:** $k = 2\pi/\lambda$



Własności fali

- **Okres:** Okres czasu w jakim punkt fali wykonuje jedno pełne drganie.
- **Częstotliwość:** Ilość drgań w ciągu jednej sekundy, $f = 1/T$.
- **Prędkość fazowa:** Prędkość z jaką przemieszcza się czoło fali

$$v = \lambda / T = (2\pi / k) / T = (2\pi / T) / k = \omega / k$$

- Prędkość fazowa zależy jedynie od własności ośrodka w którym rozchodzi się fala, a nie zależy od jej amplitudy

Równanie fali

W punkcie $x=0$ znajduje się źródło fali powodujące zaburzenia ośrodka wg równania

$$y(0, t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

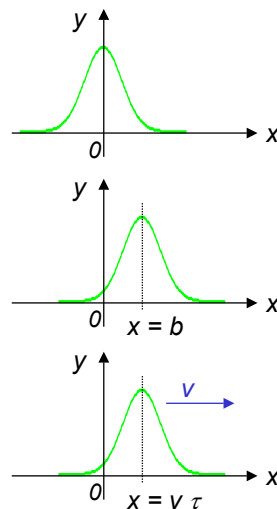
Zaburzenie to dociera do punktu $x=b$ po czasie

$$\tau = \frac{x}{v} = \frac{k}{\omega} x$$

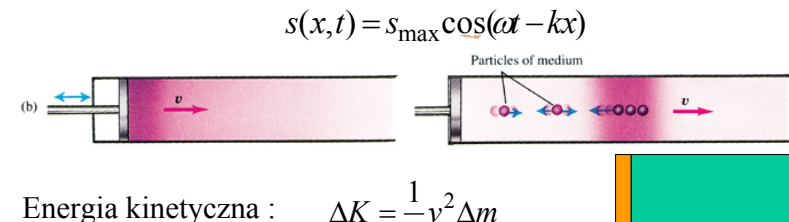
Zmiany w punkcie $x=b$ są opóźnione o τ względem zmian w punkcie $x=0$

$$y(x, t) = A \cos(\omega(t - \tau) + \phi)$$

$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \phi)$$



Energia fali dźwiękowej



Energia kinetyczna : $\Delta K = \frac{1}{2} v^2 \Delta m$

$$v = \frac{\partial s}{\partial t} = -\omega s_{\max} \sin(\omega t - kx)$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} (\rho A \Delta x) (-\omega s_{\max})^2 \sin^2(\omega t - kx)$$

$\Delta m = \rho V$

Energia fali dźwiękowej

$$\Delta K = \frac{1}{2}(\rho A \Delta x)(-\omega s_{\max})^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

Energia kinetyczna zaznaczonego fragmentu zmienia się okresowo w czasie. Oznacza to, że w pewnych momentach czasu energia wpływa a w innych wypływa z zaznaczonego obszaru.

Wniosek:

Fala przenosi energię

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{1}{2}(\rho A \frac{\Delta x}{\Delta t})(-\omega s_{\max})^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

$$\left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\text{średnia}} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\Delta K}{\Delta t} dt = \frac{1}{4} \rho A v_{\text{dźwięcz}} \omega^2 s_{\max}^2$$

Podstawowe własności fali

• Interferencja

• Dyfrakcja

Energia fali

Szybkość zmian energii kinetycznej

$$\left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\text{średnia}} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\Delta K}{\Delta t} dt = \frac{1}{4} \rho A v_{\text{dźwięcz}} \omega^2 s_{\max}^2$$

Taka sama jest szybkość zmian energii potencjalnej

Razem:

$$\left(\frac{\Delta E}{\Delta t}\right)_{\text{średnia}} = \frac{1}{2} \rho A v_{\text{dźwięcz}} \omega^2 s_{\max}^2$$

Ilość energii przepływająca w jednostce czasu przez jednostkę powierzchni – gęstość strumienia energii

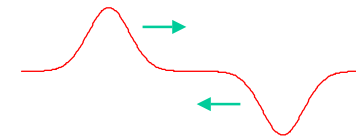
$$j = \frac{1}{A} \left(\frac{\Delta E}{\Delta t}\right)_{\text{średnia}} = \frac{1}{2} \rho v_{\text{dźwięcz}} \omega^2 s_{\max}^2$$

Superpozycja fali

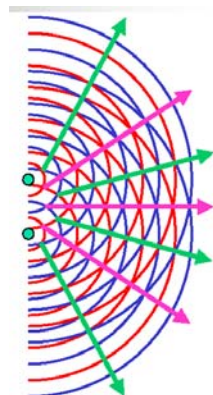
- Co się stanie gdy „zderzą” się dwie fale



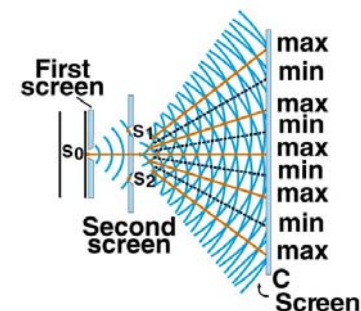
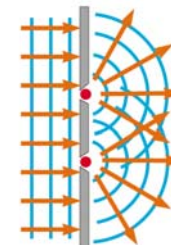
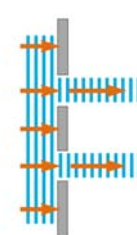
- Nastąpi ich „dodanie”, powstanie superpozycja fal



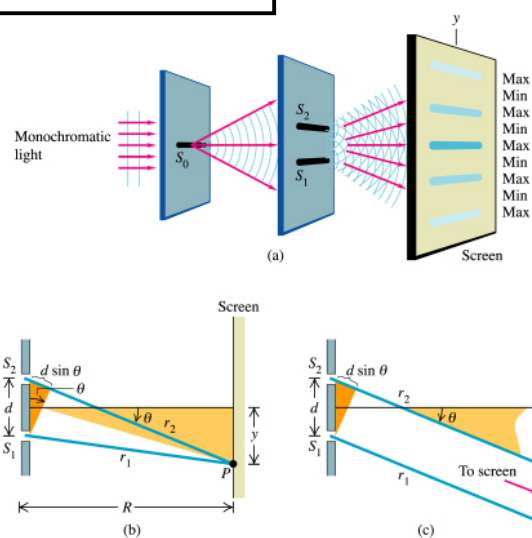
Interferencja fali



Zasada Huygens'a



Interferencja fali



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

Interferencja fali

$$\xi(r, t) = A \cos(\omega t - kr)$$

$$\begin{aligned} \xi_w &= A \cos(\omega t - kr_1) + A \cos(\omega t - kr_2) \\ &= 2A \cos\left(\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\right) \cos\left(\omega t - \frac{k(r_1 + r_2)}{2}\right) \end{aligned}$$

amplituda

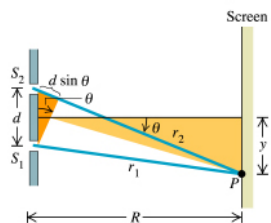
Maksimum amplitudy:

$$\frac{k(r_2 - r_1)}{2} = m\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = 2m\pi$$

Maksima dla: $d \sin \theta = m \lambda$

Minima dla: $d \sin \theta = (m + 1/2) \lambda$

Położenie prążków na ekranie



$$y = R \tan \theta$$

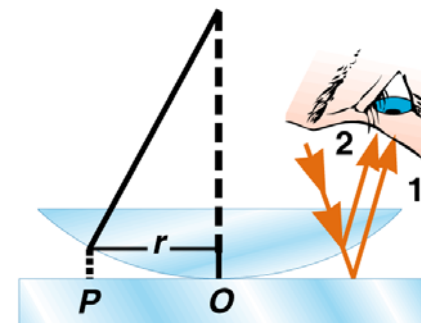
maksima są dla $\sin \theta = \frac{m \lambda}{d}$
Dla małych θ , $\sin \theta \cong \tan \theta$, więc

$$y = \frac{m \lambda}{d} R$$

Odległość pomiędzy najbliższymi prążkami

$$\Delta y = \frac{(m+1)\lambda}{d} R - \frac{m\lambda}{d} R$$

$$\Delta y = \frac{R}{d} \lambda$$



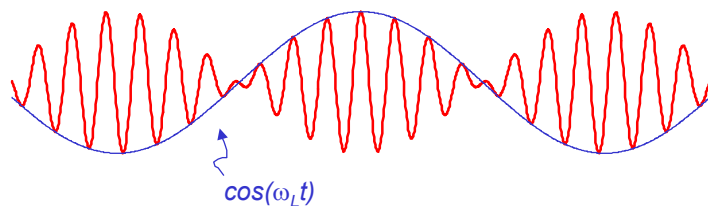
Dudnienia

- *interferencja fal o zbliżonych częstościach*

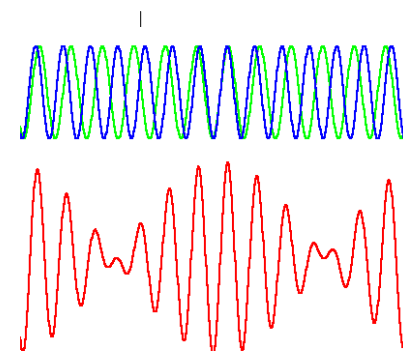
$$\omega_1 \approx \omega_2$$

$$A \cos(\omega_1 t) + A \cos(\omega_2 t) = 2A \cos(\omega_L t) \cos(\omega_H t)$$

gdzie $\omega_L = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)$ oraz $\omega_H = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$



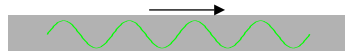
Dudnienia



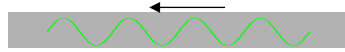
Fale stojące

- Rozpatrzmy interferencję dwu fal o jednakowych częstotliwościach a rozchodzący się w przeciwnych kierunkach:

$$y_R(x,t) = A \cos(\omega t - kx)$$



$$y_L(x,t) = A \cos(kx + \omega t)$$



Ponieważ $\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$



$$y_{SUM}(x,t) = 2A \cos(kx) \cos(\omega t)$$

amplituda

Część oscylacyjna

maksima gdy $kx = 0 + n\pi$

Zero gdy $kx = \pi + n\pi$

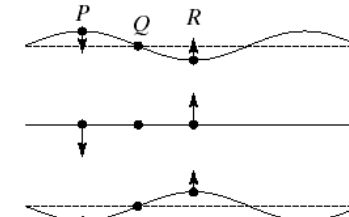
$$x_{\max} = \frac{\pi}{k} n = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta x_{\max} = \frac{\lambda}{2}(n+1) - n \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}$$

Fale stojące

$$\Delta x_{\max} = \frac{\lambda}{2}(n+1) - n \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta x_{\text{zero}} = \frac{\lambda}{2}(n+1) - n \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}$$

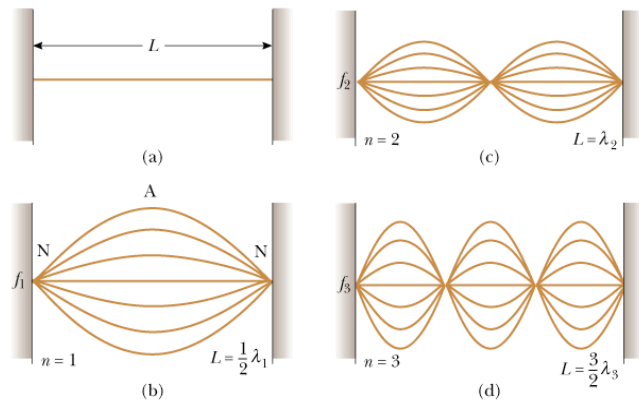


strzałka

węzeł

Fale stojące -struna

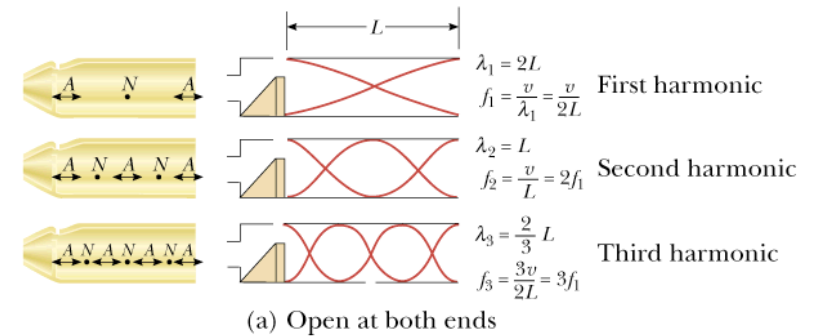
Serway, Physics for Scientists and Engineers, 5/e
Figure 18.7



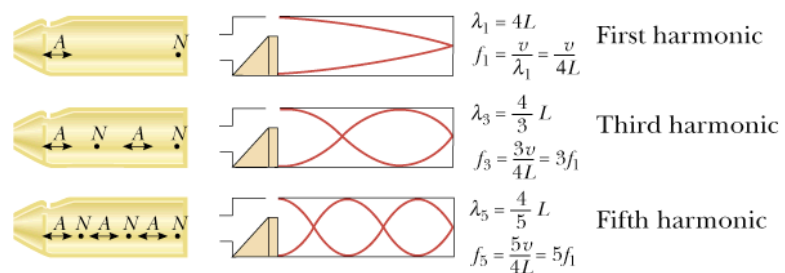
$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \frac{v}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Harcourt, Inc.

Serway, Physics for Scientists and Engineers, 5/e
Figure 18.14a



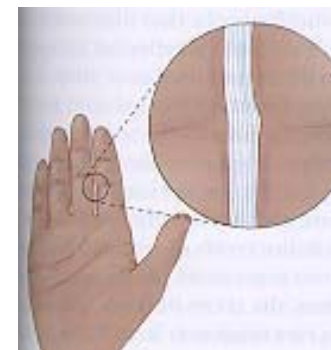
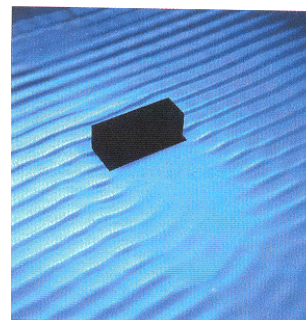
Harcourt, Inc.



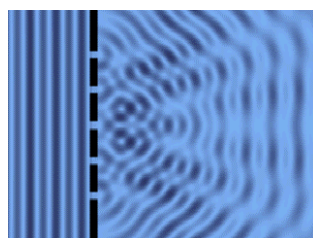
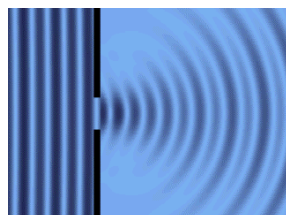
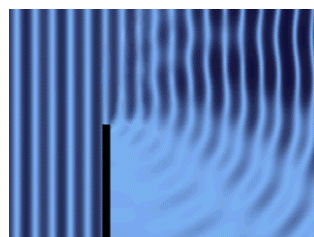
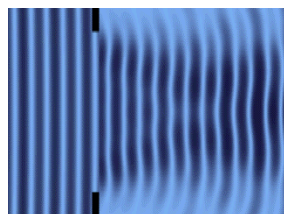
(b) Closed at one end, open at the other

Harcourt, Inc.

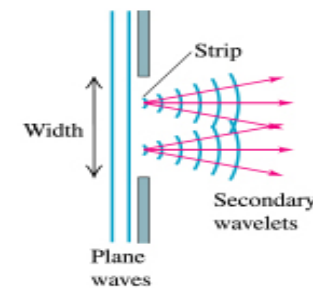
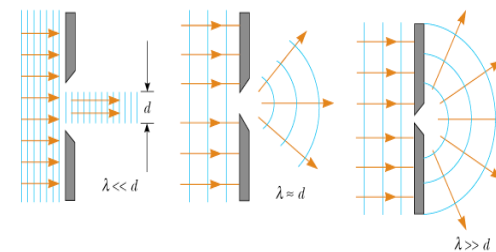
Dyfrakcja



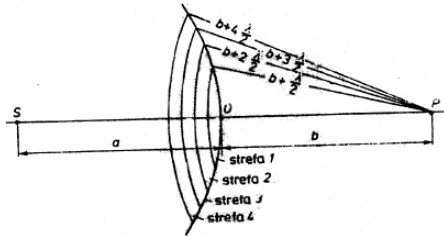
Dyfrakcja



Zasada Huygens'a



Dyfrakcja



Rozłóżmy sferę na strefy pierścieniowe tak, aby odległości od skrajów każdej strefy do punktu P różniły się o $\lambda/2$

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2}$$

Tak więc docierające do punktu P fale z dwu leżących obok siebie stref będą się nawzajem osłabiały.
Wypadkowa amplituda A:

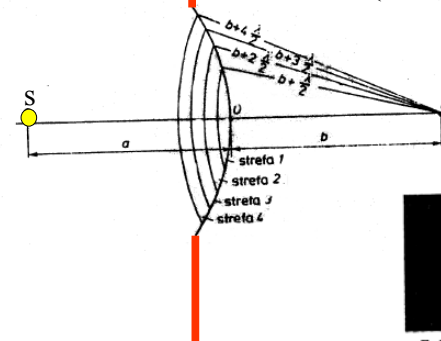
$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 \dots$$

Można pokazać, że $A_m = (A_{m-1} + A_{m+1})$

Dyfrakcja - otwór kołowy

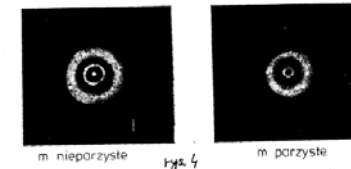
= 0

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \left(\frac{A_5}{2} \dots \right)$$

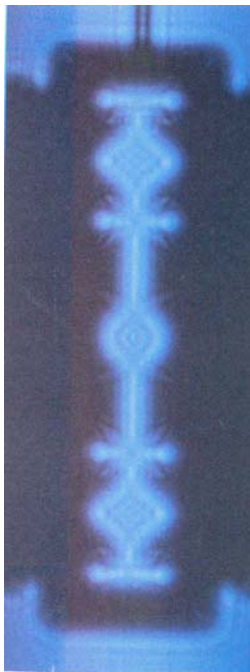


$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2} \quad (m \text{ nieparzyste}),$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m \quad (m \text{ parzyste}).$$



Obraz interferencyjny okrągłego otworu ma postać koncentrycznych, naprzemiennych pierścieni jasnych i ciemnych. W środku obrazu występuje plamka jasna (m nieparzyste) lub ciemna (m parzyste).



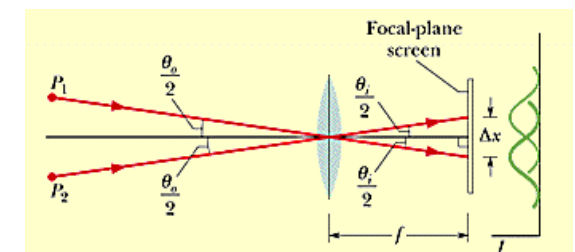
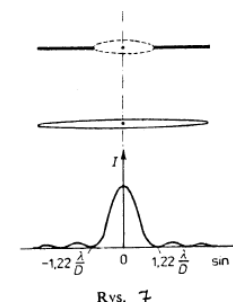
Dyfrakcja - zdolność rozdzielcza

Obraz interferencyjny okrągłego otworu ma postać koncentrycznych, naprzemiennych pierścieni jasnych i ciemnych. W środku obrazu występuje plamka jasna (m nieparzyste) lub ciemna (m parzyste).

Kątowe położenie (liczone od osi) pierwszego minimum obrazu dyfrakcyjnego wynosi

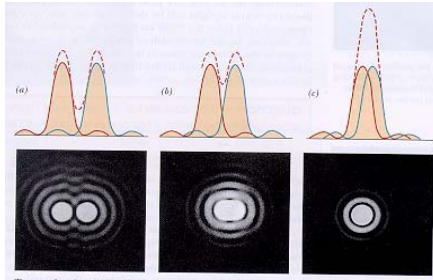
$$\varphi_{\min} = \arcsin \left(1.22 \frac{\lambda}{D} \right) \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

gdzie D- średnica otworu



Dyfrakcja - zdolność rozdzielcza

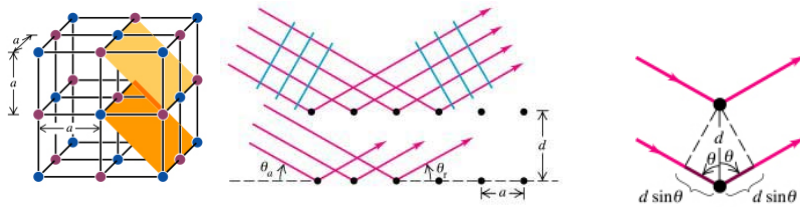
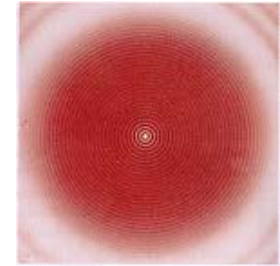
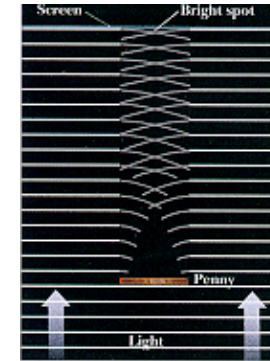
- Dyfrakcja ogranicza powiększenie obrazu jakie możemy uzyskać za pomocą przyrządów optycznych.
- dwa małe obiekty widziane pod małymi kątami tworzą dwa obrazy dyfrakcyjne gdy światło od nich przechodzi przez otwór
- aby widzieć je jako dwa niezależne obiekty ich obrazy dyfrakcyjne nie mogą się nakładać
- Minimalny kąt ϕ_{\min} przy jakim dwa obiekty mogą być rozróżnione zależy od apertury wejściowej i długości fali. Jego odwrotność nazywamy zdolnością rozdzielczą przyrządów optycznych R .



$$R = \frac{D}{1.22 \lambda}$$

Np. dla źrenicy oka ludzkiego ($D=2\text{mm}$) i światła zielonego $\phi_{\min}=1' (3 \cdot 10^{-4}\text{rd})$

Dyfrakcja - przeszkoda kołowa



Warunek interferencji:

$$2d \sin \theta = m\lambda$$