

SPRAWOZDANIE Z LABORATORIUM PODSTAWY I ALGORYTMY PRZETWARZANIA SYGNAŁÓW

Wykonał:
Kacper Nowak 132752

Termin:
Czwartek, godzina 9.15

Ćwiczenie nr 7 Zera i bieguny – projektowanie filtrów.

1. Wyznaczanie zer wielomianów (funkcja *roots*).

W ćwiczeniu wyznaczono zera (pierwiastki) wielomianów. Wszystkie wielomiany zapisano w postaci skryptu „zera_wielomianow.m”. Wyniki zgromadzono w tabeli poniżej.

<i>Wielomian</i>	<i>Macierz A</i>	<i>Wynik (pierwiastki)</i>
$W_1(z)$	1 -1 0,5	(0,5+0,5i) (0,5-0,5i)
$W_2(z)$	1 -2 2	(1+i) (1-i)
$W_3(z)$	1 1 0,5	(-0,5+0,5i) (-0,5-0,5i)
$W_4(z)$	1 2 2	(-1+i) (-1-i)
$W_5(z)$	1 -i -0,5	(1,36603i) (-0,36603i)
$W_6(z)$	1 (-1,5-1,5i) i	(1+i) (0,5+0,5i)

Tabela 1 – pierwiastki wielomianów.

Pierwiastków jest tyle ile wynosi stopień wielomianu.

2. Wyznaczanie współczynników wielomianu (funkcja *poly*).

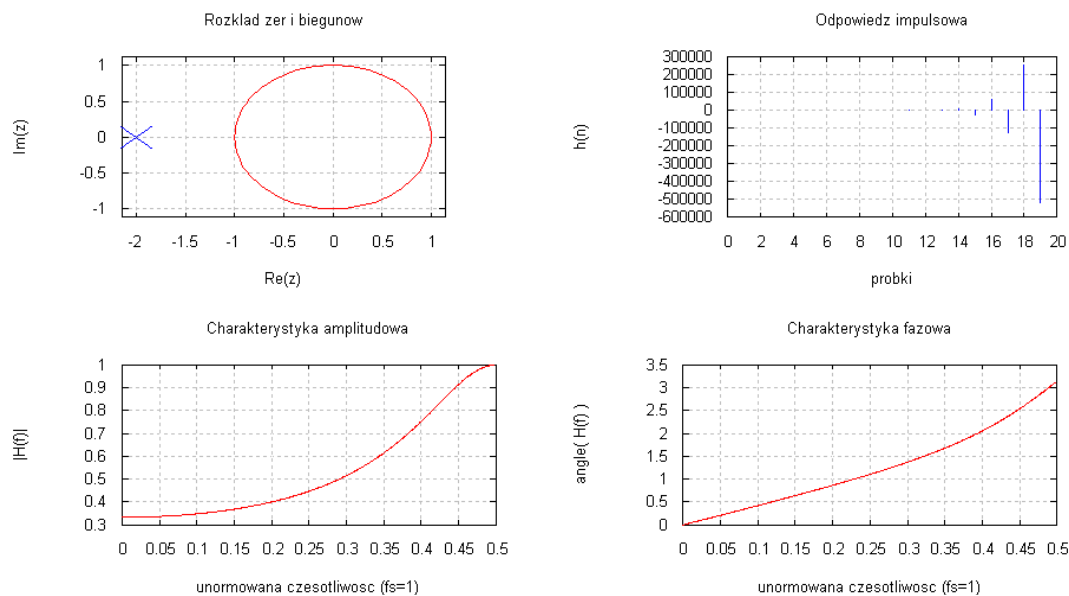
W tym ćwiczeniu wykonano operację odwrotną do punktu 1. Znając pierwiastki wielomianu wyznaczono jego współczynniki. Skrypt „wspolczynniki_wielomianu.m”

<i>Wielomian</i>	<i>Pierwiastki</i>	<i>Macierz A – współczynniki W.</i>
$W_1(z)$	$z_1=0.5+0.5i$ $z_2=0.5-0.5i$	1 -1 0.5
$W_2(z)$	$z_1 = 1 + i$ $z_2 = 1 - i$	1 -2 2
$W_3(z)$	$z_1 = -0.5 + 0.5i$ $z_2 = -0.5 - 0.5i$	1 1 0.5
$W_4(z)$	$z_1 = -1 + i$ $z_2 = -1 - i$	1 2 2
$W_5(z)$	$z_1 = 0.5 + 0.5i$ $z_2 = -0.5 + 0.5i$	1 -i -0.5
$W_6(z)$	$z_1 = 0.5 + 0.5i$ $z_2 = 1 + i$	1 (-1.5-1.5i) i

Tabela 2 – współczynniki wielomianów.

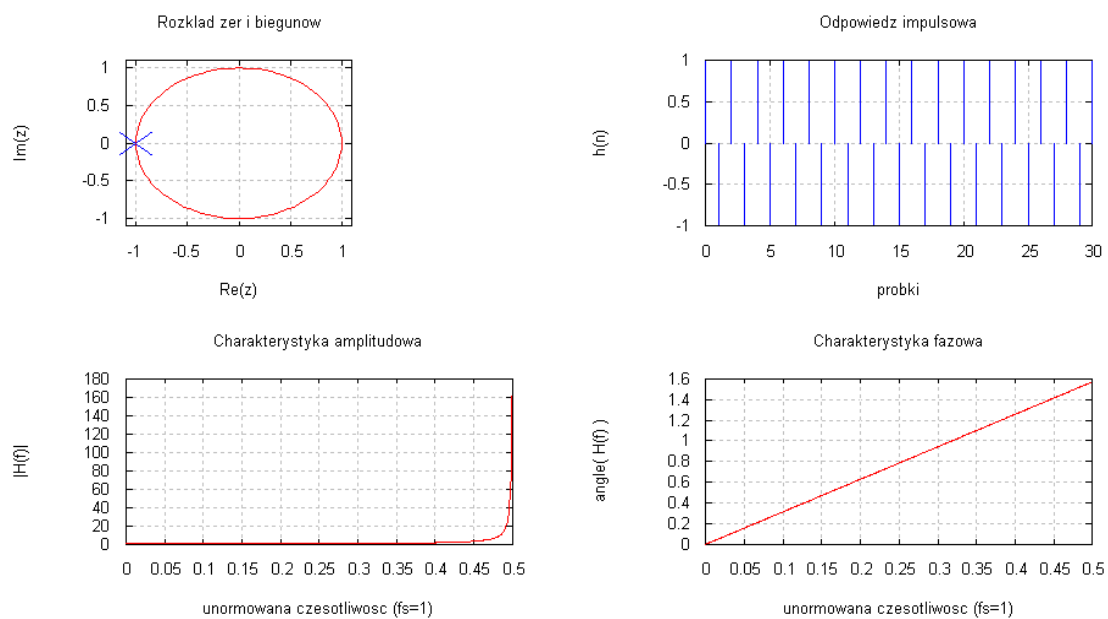
3. Wpływ położenia pojedynczego bieguna leżącego na osi rzeczywistej na przebieg sygnału.

W doświadczeniu wykorzystano skrypt „zeropole.m”. Oczekujemy, iż położenie bieguna będzie decydować o stabilności lub niestabilności filtru. Badano sześć różnych położenia, poza kołem na kole oraz w kole jednostkowym po lewej oraz prawej stronie osi Im. Wszystkie badane pierwiastki były rzeczywiste.



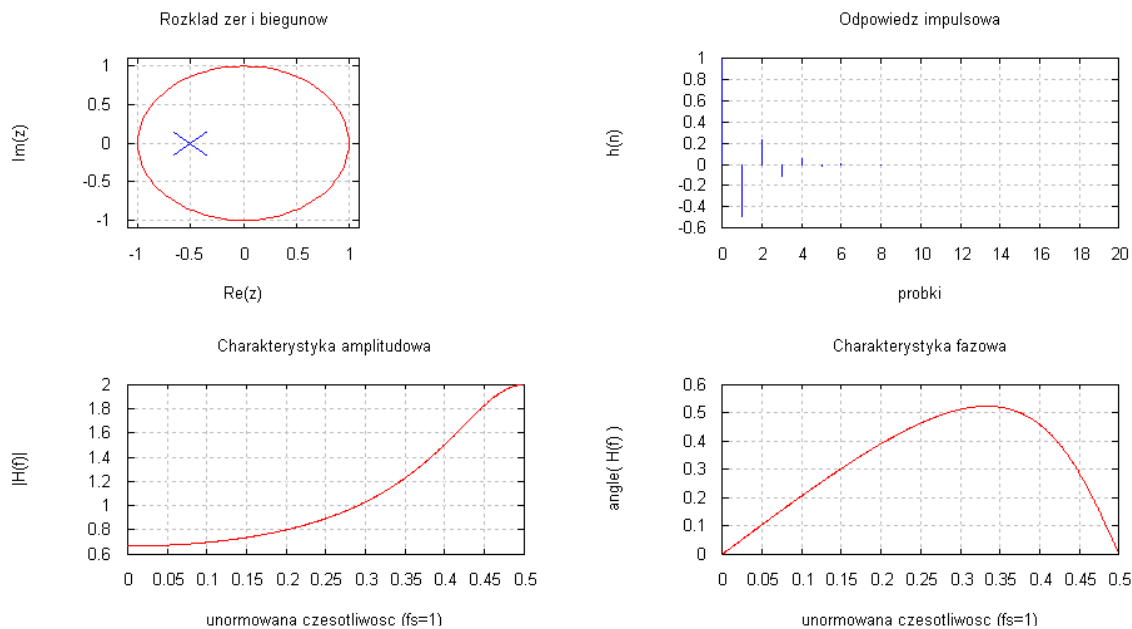
Rys 1 – pierwiastek $z = -2$.

Zaobserwowano, że układ na rysunku nr 1 jest niestabilny. Odpowiedź impulsowa układu dąży do nieskończoności.



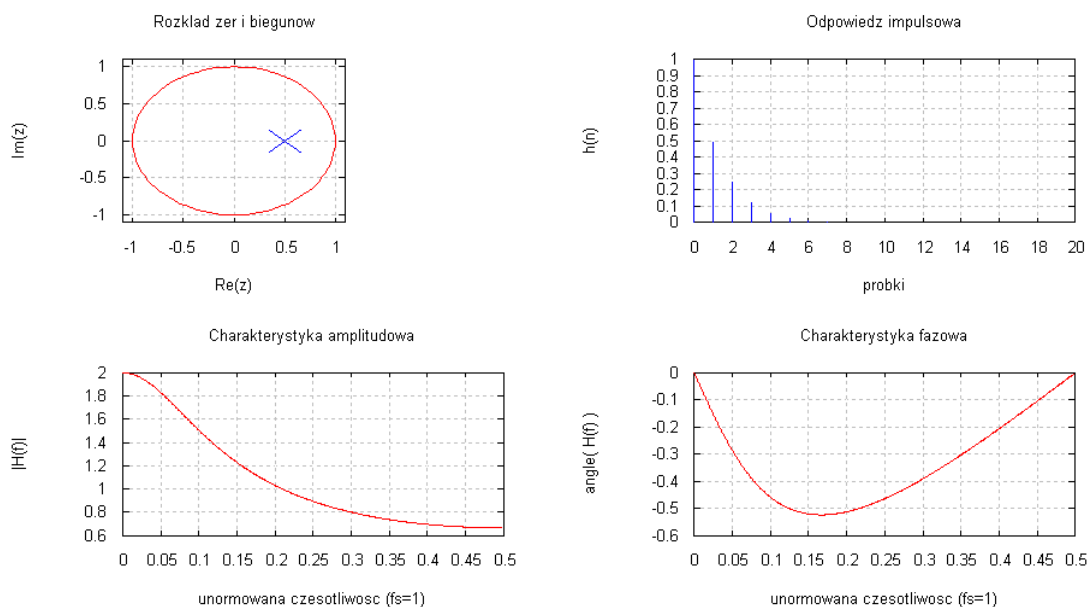
Rys 2 – pierwiastek $z = -1$.

Zaobserwowano, że układ na rysunku nr 2 znajduje się na granicy stabilności. Odpowiedź impulsowa układu nie zmierza ku nieskończoności ale także nie maleje do zera.



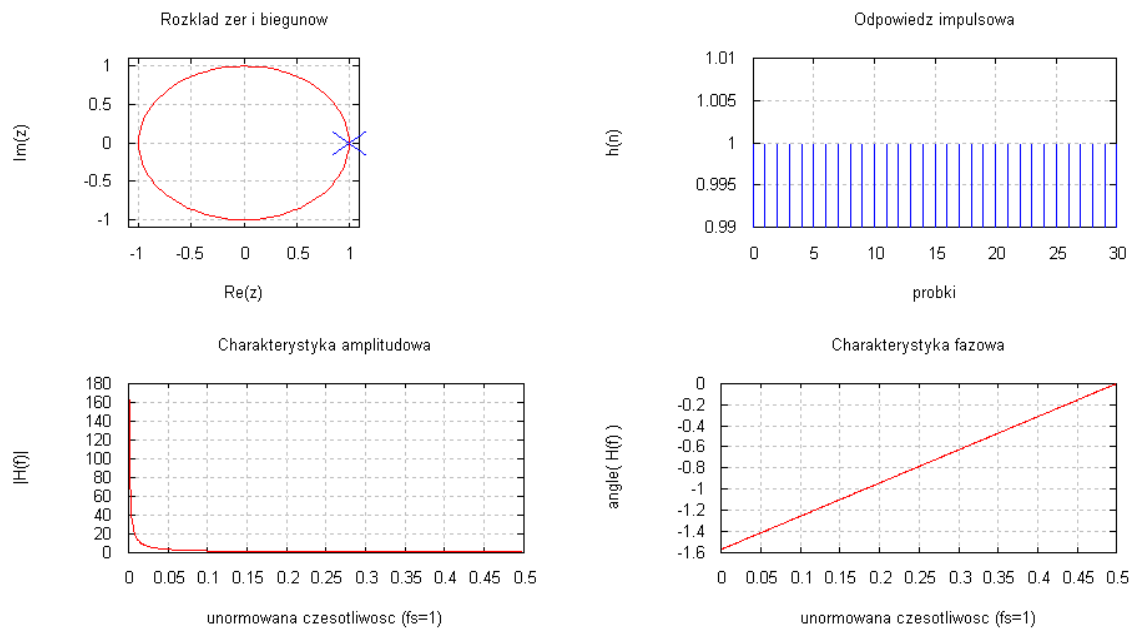
Rys 3 – pierwiastek $z=-0,5$.

Zaobserwowano, że układ na rysunku nr 3 jest stabilny. Odpowiedź maleje i zmierza do zera po dodatnich oraz ujemnych wartościach.



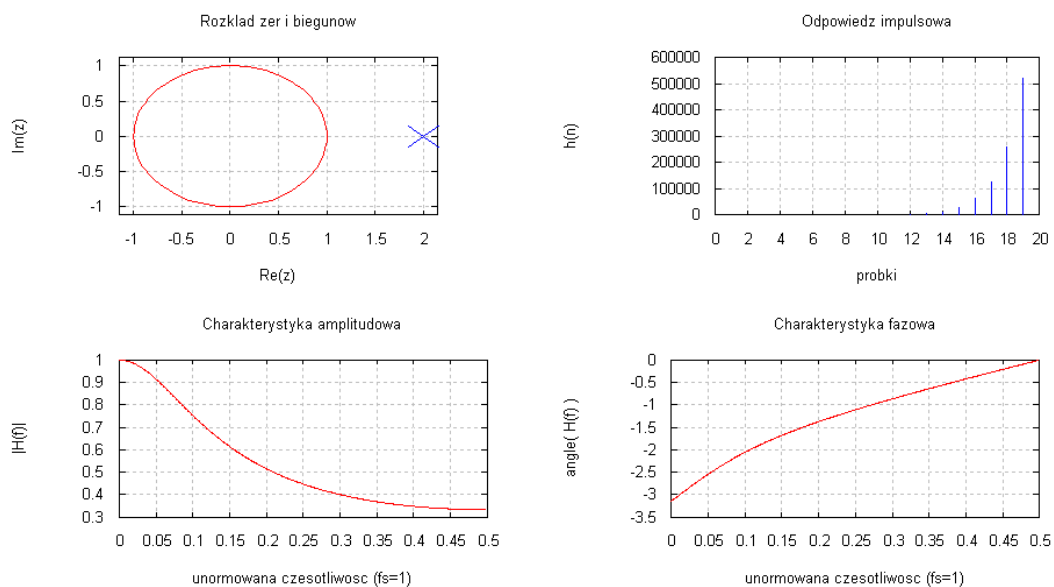
Rys 4 – pierwiastek $z=0,5$.

Zaobserwowano, że układ na rysunku nr 4 jest stabilny. Odpowiedź maleje i zmierza do zera po dodatnich wartościach.



Rys 5 – pierwiastek $z=1$.

Zaobserwowano, że układ na rysunku nr 5 znajduje się na granicy stabilności. Odpowiedź impulsowa jest ograniczona, lecz nie maleje do zera.



Rys 6 – pierwiastek $z=2$.

Zaobserwowano, że układ na rysunku nr 6 jest niestabilny. Odpowiedź impulsowa jest nieograniczona.

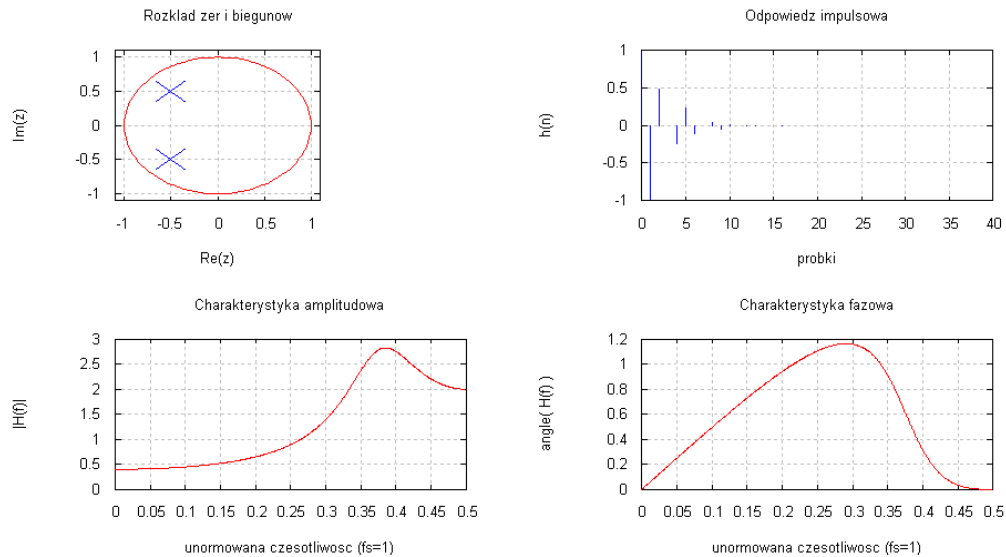
Stwierdzono zatem, następującą zależność:

Bieguny położone na kole jednostkowym powodują, że układ jest na granicy stabilności. Gdy bieguny znajdują się wewnątrz koła system jest stabilny, a gdy są na zewnątrz jest niestabilny.

4. Wpływ położenia pary biegunów sprzężonych na przebieg sygnału.

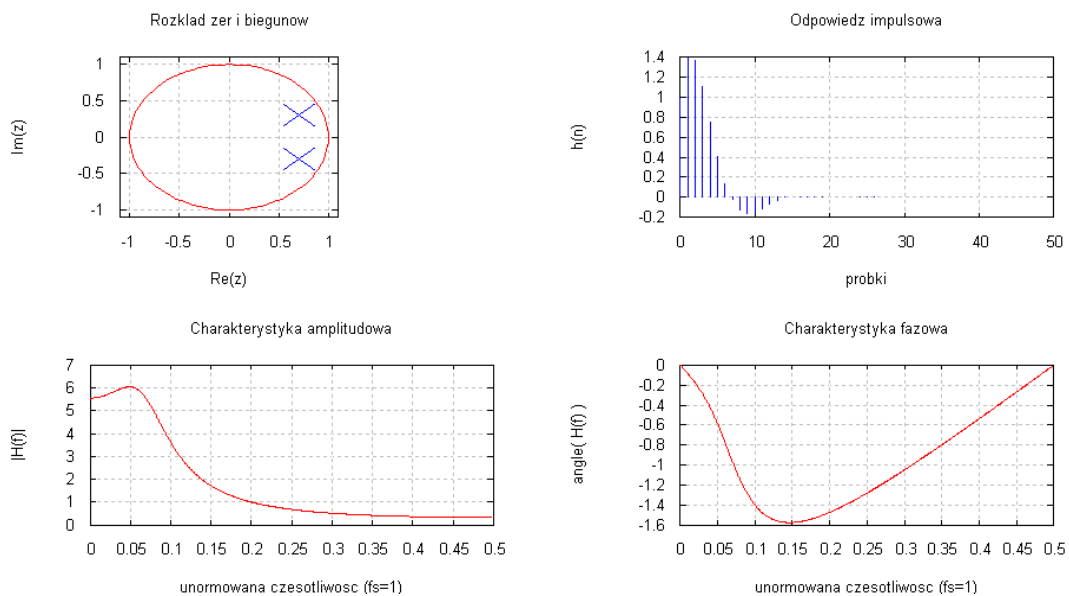
Rozpatrzono trzy przypadki.

a) bieguny wewnątrz koła jednostkowego.



Rys 7 – pierwiastki $z_1=(-0.5+0.5i)$, $z_2=(-0.5-0.5i)$.

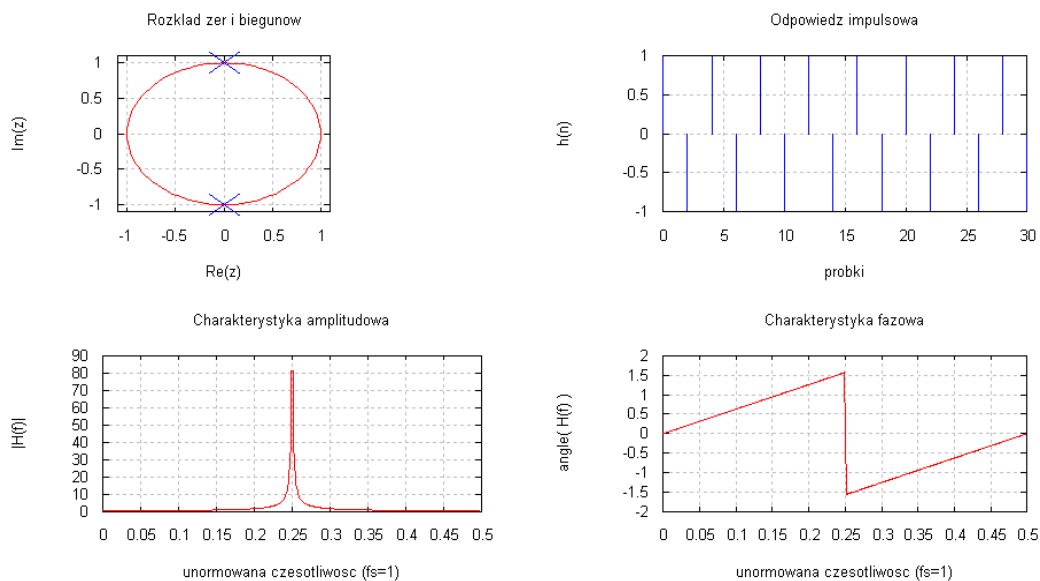
Zaobserwowano, że układ na rysunku nr 7 jest stabilny. Odpowiedź impulsowa jest ograniczona.



Rys 8 – pierwiastki $z_1=(0.7+0.3i)$, $z_2=(0.7-0.3i)$.

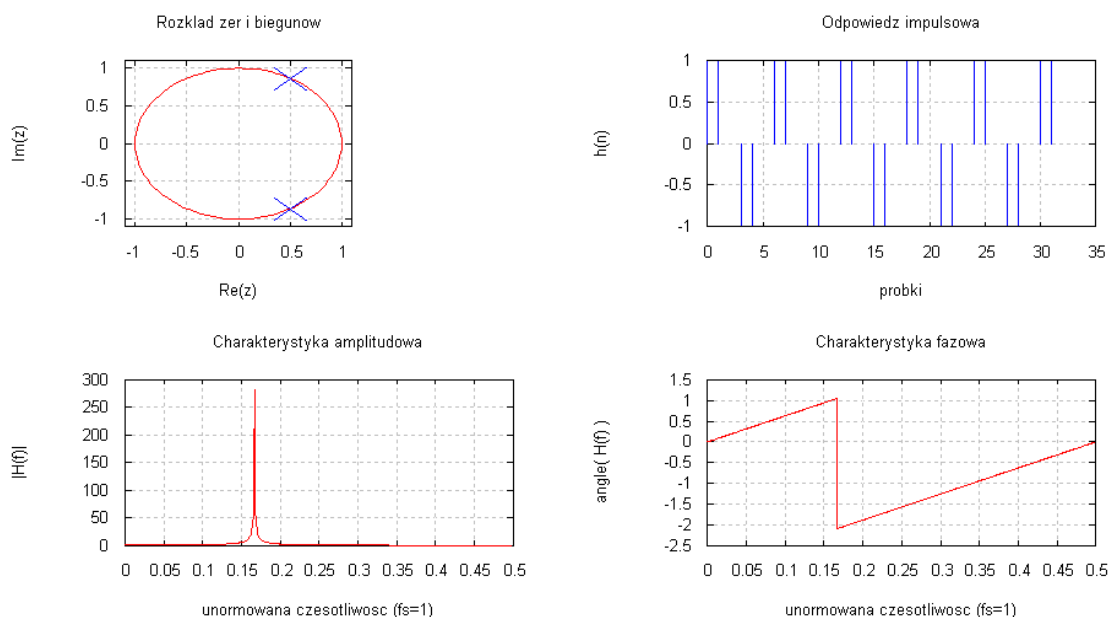
Zaobserwowano, że układ na rysunku nr 8 jest również stabilny.

b) bieguny na kole jednostkowym.



Rys 9 – pierwiastki $z_1 = (0+i)$, $z_2 = (0-i)$.

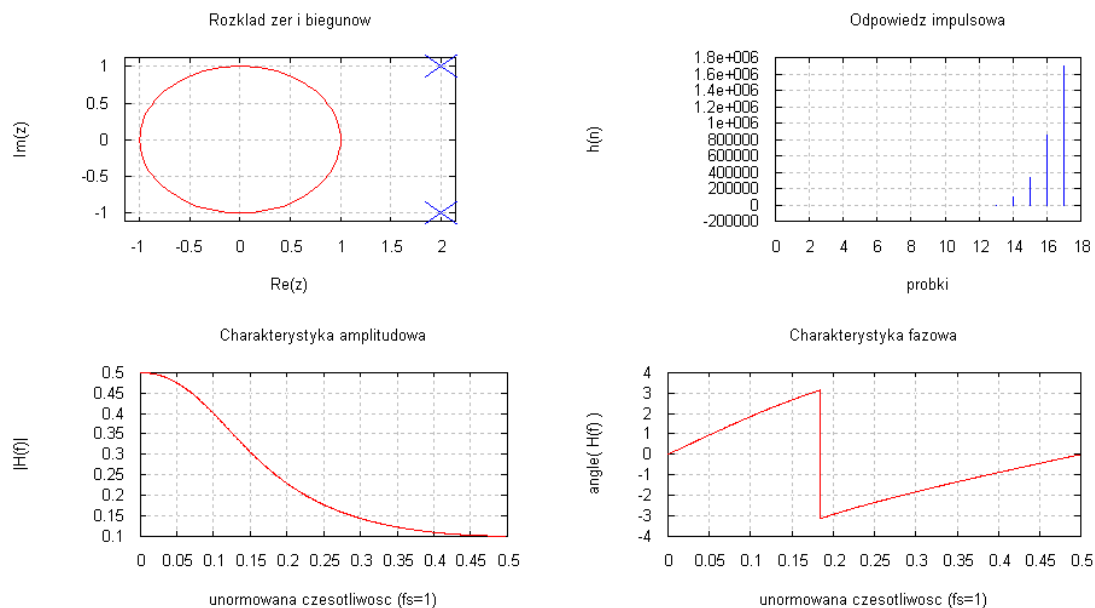
Zaobserwowano, że układ na rysunku nr 9 jest na granicy stabilności.



Rys 10 – pierwiastki $z_1 = (0.5 + \sqrt{0.75}i)$, $z_2 = (0.5 - \sqrt{0.75}i)$.

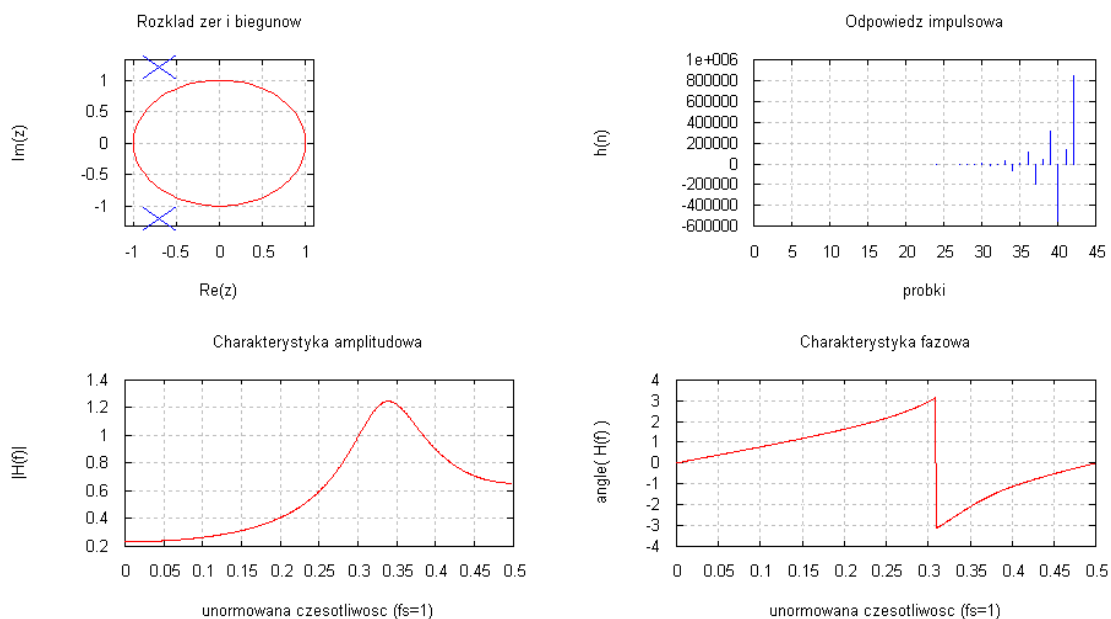
Zaobserwowano, że układ na rysunku nr 10, w którym bieguny są na kole jednostkowym ale w innym miejscu niż na rysunku nr 9, również znajduje się na granicy stabilności.

c) bieguny poza kołem jednostkowym.



Rys 11 – pierwiastki $z_1=(2+i)$, $z_2=(1-i)$.

Zaobserwowano, że układ na rysunku nr 11, jest niestabilny.



Rys 12 – pierwiastki $z_1=(-0,7+1,2i)$, $z_2=(-0,7-1,2i)$.

Zaobserwowano, że układ na rysunku nr 12, w którym bieguny znajdują się poza kołem jednostkowym ale w innym miejscu niż na rysunku nr 11, również jest niestabilny.

Możemy zatem wysunąć wniosek, że zarówno gdy pierwiastki są zespolone sprzężone parami, jak i rzeczywiste ma miejsce zależność:

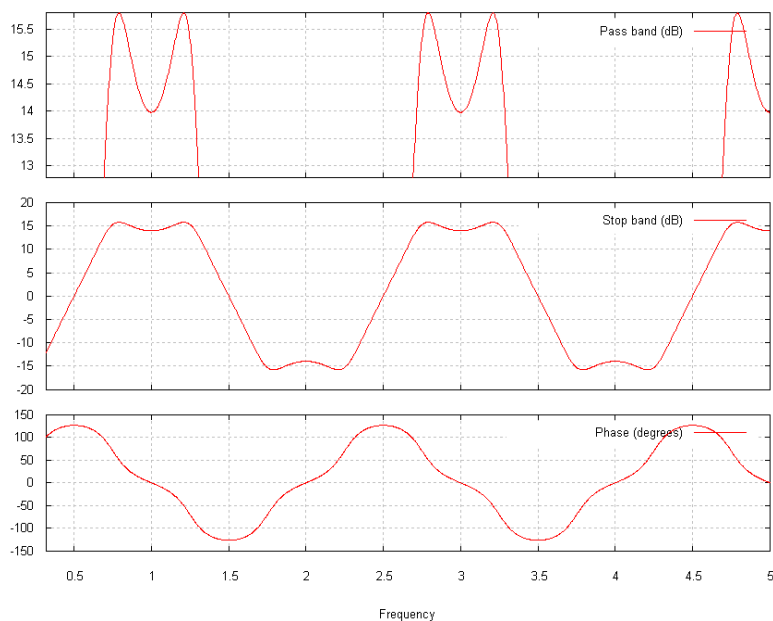
- pierwiastki położone wewnątrz koła jednostkowego powodują, że układ jest stabilny
- pierwiastki położone na kole jednostkowym wprowadzają układ na granicę stabilności
- pierwiastki położone poza kołem jednostkowym powodują, że układ jest niestabilny

5. Wyznaczanie charakterystyki częstotliwościowej układu o zadanej transmitancji.

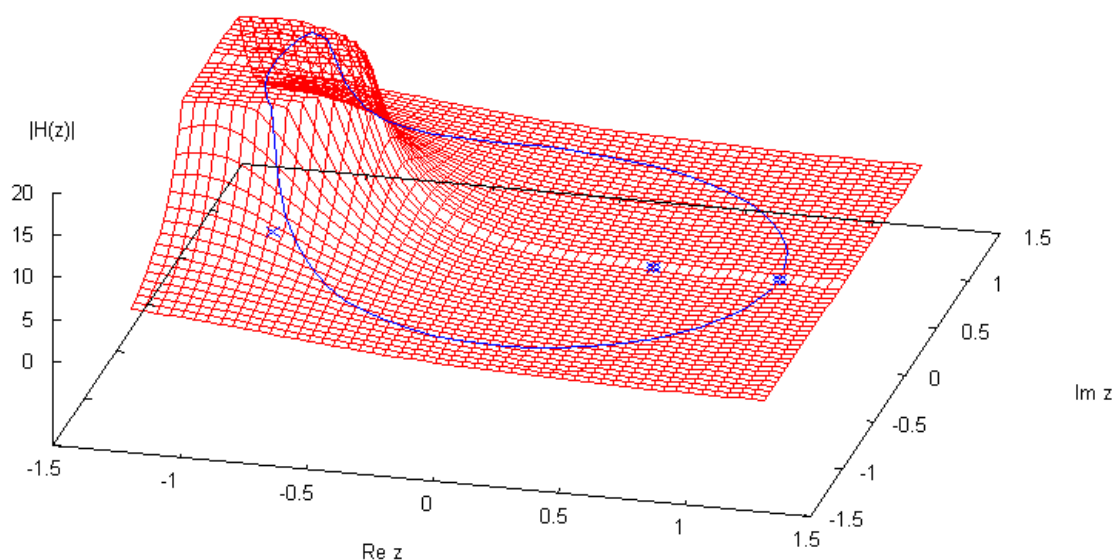
W doświadczeniu wyznaczono charakterystykę częstotliwościową układu o transmitancji:

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{z^2 - z + 0.5}{z^2 + z + 0.5}$$

W tym celu wykorzystano skrypt „hz.m”. Dodatkowo za pomocą skryptu „wykres.m” wykreślono wykres modułu transmitancji $H(z)$.



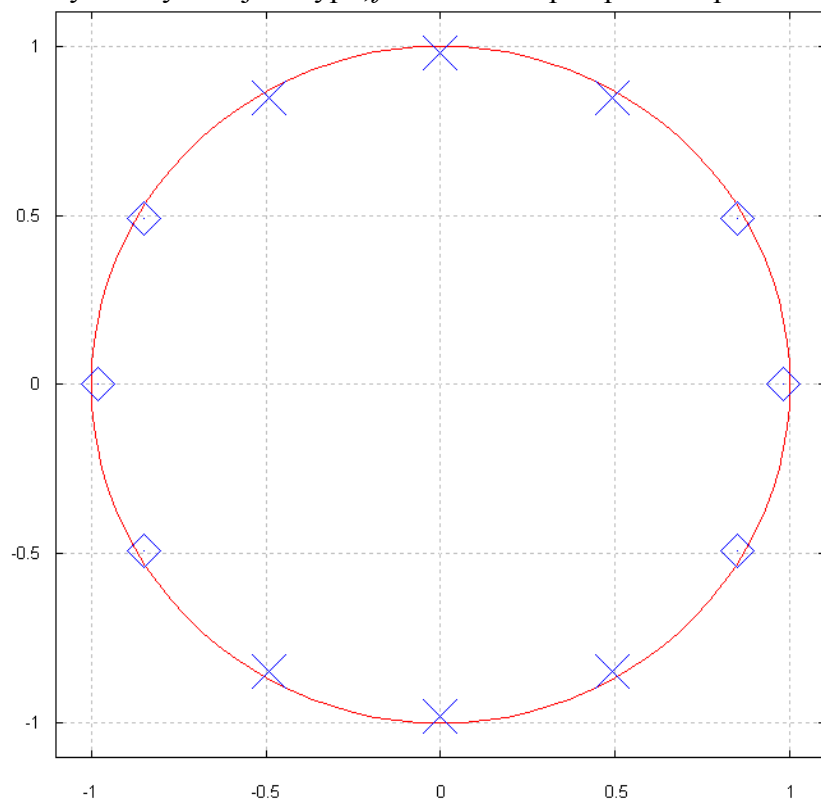
Rys 12 – charakterystyka częstotliwościowa układu o zadanej $H(z)$.



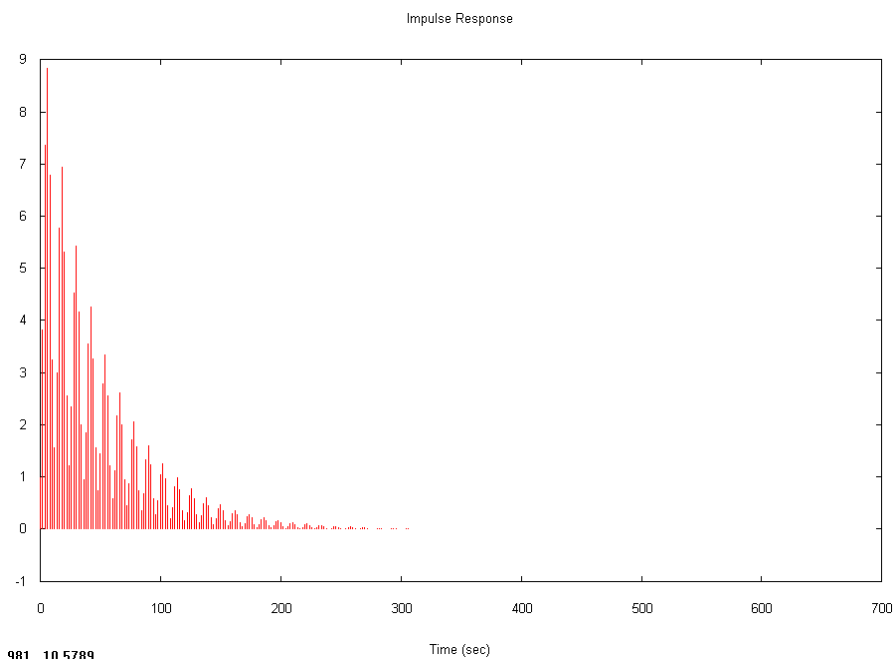
Rys 13 – wykres modułu transmitancji $H(z)$ układu.

6. Filtr pasmowo-przepustowy na pasmo 20 – 40 Hz przy $f_s=120\text{Hz}$.

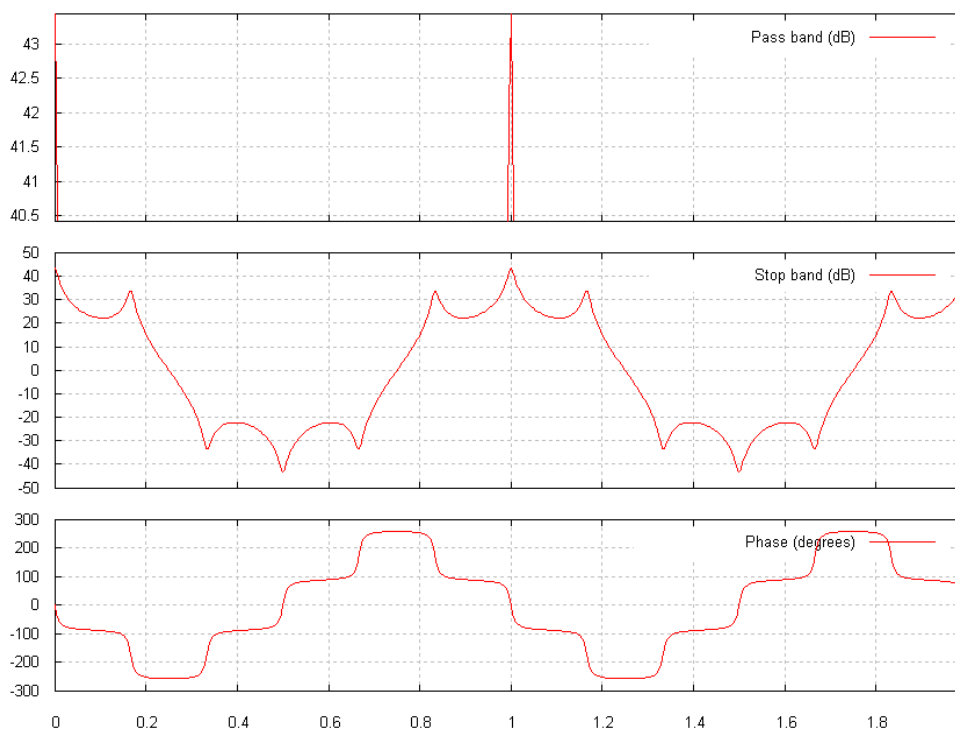
Zaprojektowany filtr symuluje skrypt „*filtr.m*”. Filtr przepuszcza pasmo 20 – 40 Hz.



Rys 14 – rozkład zer i biegunów filtru.



Rys 15 – odpowiedź impulsowa filtru.



Rys 16 – charakterystyka częstotliwościowa filtru.

Z powyższych wykresów wynika, że filtr spełnia założenia projektowe (rysunek 14) i jest stabilny (rysunek 15) - odpowiedź impulsowa.

Zera filtru są położone na kole płaszczyzny „z” dla kąta 60, 90 i 120 stopni oraz po przeciwnej stronie (zera sprzężone – aby filtr na pobudzenie rzeczywiste dawał odpowiedź rzeczywistą).

W celu zaostrenia charakterystyki filtru dla kąta 0, 30 oraz 150 i 180 stopni oraz po przeciwnej stronie (wartości sprzężone) umieszczono bieguny.

7. Wnioski.

- Za pomocą polecenia *roots* można wyliczyć pierwiastki wielomianu
- Polecenie *poly* jest odwrotnością *roots* i pozwala wyznaczyć współczynniki wielomianu na podstawie jego pierwiastków
- bieguny sprzężone mogą wprowadzać oscylacje do układu
- Położenie biegunów decyduje o stabilności filtru. Jeśli bieguny znajdują się wewnątrz koła jednostkowego to filtr jest stabilny, gdy znajdują się na kole jednostkowym to filtr znajduje się na granicy stabilności. Jeśli któryś z biegunów znajduje się poza kołem jednostkowym to powoduje on niestabilność filtru
- funkcja *freqz* wyznacza charakterystykę częstotliwościową układu o zadanej transmitancji $H(z)$
- funkcja *zplane* jest szczególnie przydatna przy projektowaniu filtrów, wykreśla ona położenie pierwiastków na płaszczyźnie „z”

- funkcja *impz* wyznacza odpowiedź impulsową układu o zadanej $H(z)$ – jest więc przydatna do testowania stabilności układu
- zero jest to pierwiastek licznika transmitancji, zatem zera odpowiadają za wzmocnienie układu przy zadanej częstotliwości
- biegun jest to pierwiastek mianownika transmitancji. Położenie biegunów decyduje o stabilności filtru. Bieguny odpowiadają za tłumienie sygnału o zadanej częstotliwości
- częstotliwość tłumienia lub wzmocnienia przez dany biegun lub zero określamy następująco:
 Pełne koło jednostkowe (360 stopni) odpowiada częstotliwości próbkowania f_s .
 Biegun lub zero położone pod kątem $360/k$ stopni odpowiada wzmocnieniu lub tłumieniu częstotliwości f_s/k .