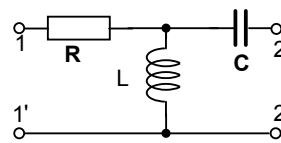


ZADANIA Z TEORII OBWODÓW - ZESTAW 9 – ELEKTRONIKA

Zad. 1 Wyznaczyć elementy macierzy \underline{Z} , \underline{Y} oraz \underline{A} następującego czwórnik.

Dane $R = 100 \Omega$, $X_L = \omega L = 200 \Omega$, $X_C = 1/(\omega C) = 100 \Omega$.

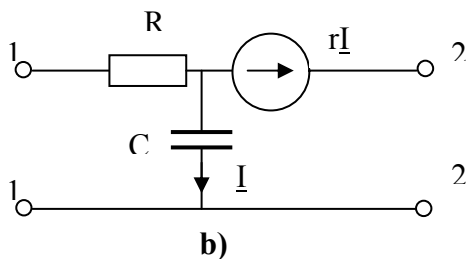
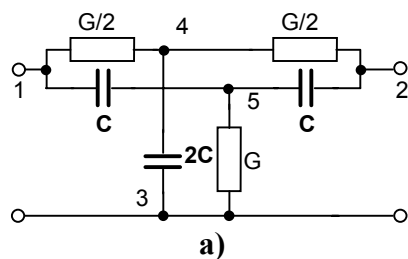
Sprawdzić czy wyznacznik macierzy \underline{A} równa się jedności.



Zad. 2 Określić elementy macierz \underline{Y} czwórnik podwójne T (rys. a) oraz elementy macierz \underline{A} czwórnik z rys. b.

dane: a) $G = 1 \text{ S}$, $C = 1 \text{ F}$, $\omega = 1 \text{ rad/s}$,

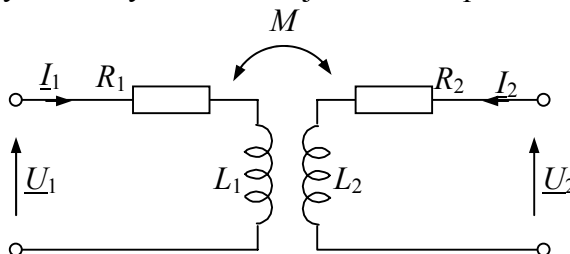
dane b) $R = 1$, $C = 1$, $\omega = 1$, $r = -1$.



Zad. 3. Znane są elementy macierzy \underline{A} pewnego czwórnik $\underline{A} = \begin{bmatrix} (1-j0.5)\frac{V}{V} & (50-j100)\Omega \\ -j0,005 \text{ S} & 0.5\frac{A}{A} \end{bmatrix}$.

Znaleźć elementy macierzy \underline{Z} , \underline{Y} oraz \underline{H} .

Zad. 4. Obliczyć elementy macierzy łańcuchowej czwórnik pokazanego na rysunku.



Rozwiązanie.

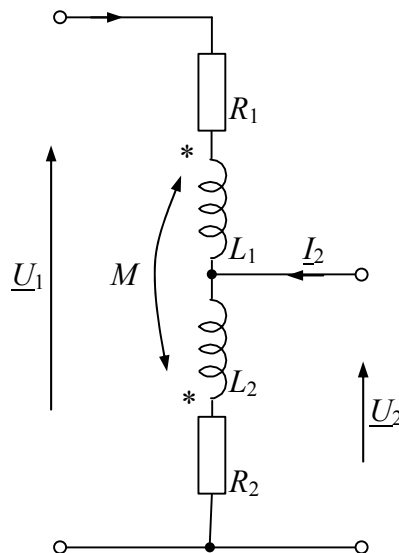
$$a_{11} = \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{I_2=0} = \frac{R_1 + j\omega L_1}{j\omega M}, \quad a_{21} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{I_2=0} = \frac{1}{j\omega M},$$

$$a_{12} = \left. \frac{U_1}{-I_2} \right|_{U_2=0} = \frac{(R_1 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2) - j\omega M}{j\omega M}, \quad a_{22} = \left. \frac{I_1}{-I_2} \right|_{U_2=0} = \frac{R_2 + j\omega L_2}{j\omega M}.$$

■

Zad. 5. Obliczyć elementy macierzy impedancyjnej czwórnik o parametrach: $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $L_1 = 20 \text{ mH}$, $L_2 = 30 \text{ mH}$, $M = 15 \text{ mH}$, $f = \frac{1}{2\pi} 10^3 \text{ Hz}$.

\underline{I}_1



Rozwiązanie.

Traktując prądy \underline{I}_1 oraz \underline{I}_2 jako prądy oczkowe można napisać

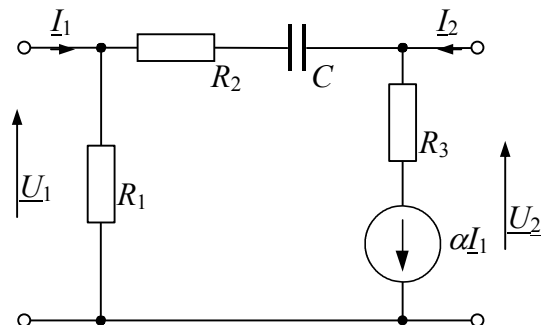
$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1(R_1 + j\omega L_1 + R_2 + j\omega L_2) + \underline{I}_2(R_2 + j\omega L_2) - 2j\omega M \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2,$$

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_2(R_2 + j\omega L_2) + \underline{I}_1(R_2 + j\omega L_2) - j\omega M \underline{I}_1.$$

Na podstawie tych równań już łatwo wyznaczyć elementy macierzy impedancyjnej

$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} 3 + j20 & 2 + j15 \\ 2 + j15 & 2 + j30 \end{bmatrix}.$$

Zad. 6. Obliczyć elementy macierzy admitancyjnej.



Rozwiązanie.

Dla prądów mamy równania

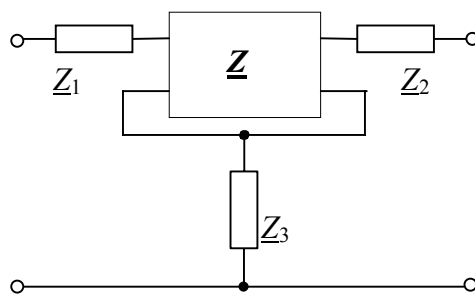
$$\underline{I}_1 = \underline{U}_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{\underline{Z}} \right) - \underline{U}_2 \frac{1}{\underline{Z}},$$

$$-\underline{U}_1 \frac{1}{\underline{Z}} + \underline{U}_2 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{\underline{Z}} \right) + \alpha \frac{1}{R_3} \left(\frac{\underline{U}_1}{R_1} + \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{\underline{Z}} \right) = \underline{I}_2,$$

$$\underline{Z} = R_2 + \frac{1}{j\omega C}.$$

Elementy macierzy admitancyjnej już łatwo wyznaczyć.

Zad. 7. Czwórnik, o zadanej macierzy impedancyjnej, jest włączony w sposób pokazany na rysunku. Wyznaczyć macierz impedancyjną czwórnika wynikowego.



Rozwiązanie.

Macierz impedancyjna czwórnika wynikowego jest równa

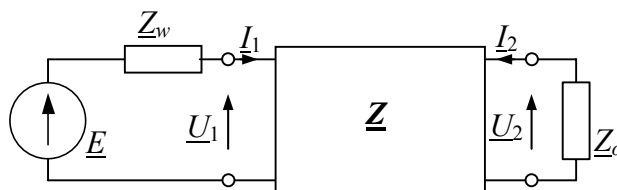
$$\underline{Z}_w = \begin{bmatrix} \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + z_{11} & \underline{Z}_3 + z_{12} \\ \underline{Z}_3 + z_{21} & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + z_{22} \end{bmatrix}.$$

■

Zad. 8. Zadany jest czwórnik o macierzy impedancyjnej

$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} 100 - j50 & j50 \\ j50 & j50 \end{bmatrix},$$

współpracujący ze źródłem napięcia o SEM $\underline{E} = 100 \text{ V}$ i impedancji wewnętrznej $\underline{Z}_w = 50 \Omega$ i obciążeniem o impedancji $\underline{Z}_o = 100 \Omega$, jak pokazano na rysunku.



Obliczyć:

1. moc czynną wydzieloną w obciążeniu,
2. jaką wartość impedancji powinno mieć obciążenie, aby wydzielila się w nim maksymalna moc czynna i obliczyć wartość tej mocy.

Rozwiązanie.

Część 1.

Musimy wyznaczyć wartości elementów układu zastępczego, wynikającego z twierdzenia Thevenina, zastosowanego na zaciskach obciążenia. Najpierw obliczymy SEM zastępczego źródła. Dla $\underline{I}_2 = 0$ można zapisać

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 z_{11},$$

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_1 z_{21}$$

oraz

$$\underline{E}_z = \underline{U}_2.$$

Z rysunku widać, że

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E} - \underline{I}_1 z_{11}}{\underline{Z}_w},$$

więc

$$\underline{E}_z = \frac{z_{21}\underline{E}}{z_{11} + \underline{Z}_w}.$$

Obliczymy teraz impedancję zastępczą między rozwartymi zaciskami obciążenia przy zwartej SEM \underline{E} .

$$\underline{U}_1 = z_{11}\underline{I}_1 + z_{12}\underline{I}_d,$$

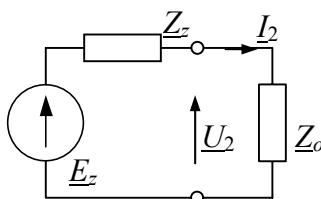
$$\underline{U}_d = z_{21}\underline{I}_1 + z_{22}\underline{I}_d,$$

$$\underline{U}_1 = -\underline{I}_1 \underline{Z}_w.$$

Na podstawie powyższych równań

$$\underline{Z}_z = \frac{\underline{U}_d}{\underline{I}_d} = \frac{z_{21}(-z_{12})}{\underline{Z}_w + z_{11}} + z_{22}.$$

Układ zastępczy, wynikający z twierdzenia Thevenina, pokazano poniżej.



Wartości liczbowe są następujące:

$$\underline{E}_z = -10 + j30, \quad \underline{Z}_z = 15 + j55,$$

$$\underline{I}_2 = 0,03077 + j0,2462, \quad \underline{U}_2 = 3,0769 + j24,6154,$$

$$P_2 = 6,1538 \text{ W}.$$

Cześć 2.

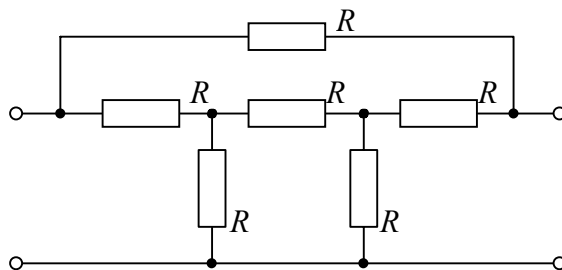
Zgodnie z twierdzeniem o maksymalnej mocy czynnej, wydzielonej w obciążeniu

$$\underline{Z}_{om} = \underline{Z}_z^* = 15 - j55,$$

$$P_{2m} = \frac{|\underline{E}_z|^2}{4 \operatorname{Re}(\underline{Z}_{om})} = 16,67 \text{ W}.$$

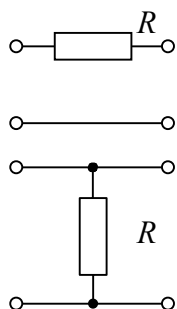
■

Zad. 9. Zadany jest czwórnik rezystancyjny pokazany na rysunku. Obliczyć macierz admitancyjną tego czwornika, traktując go jako odpowiednie połączenie czworników jednoelementowych.



Rozwiązanie.

Czwórnik jest połączeniem kaskadowym pięciu czworników jednoelementowych o macierzach łańcuchowych A_1 i A_2 i równolegle połączonego czwornika o macierzy admitancyjnej Y .



$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Y_1 = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix}$$

Macierz łańcuchowa czwórnika bez połączonego równolegle

$$A_w = A_1 A_2 A_1 A_2 A_1 = \begin{bmatrix} 5 & 8R \\ \frac{3}{R} & 5 \end{bmatrix}.$$

Macierz admitancyjna tego czwórnika

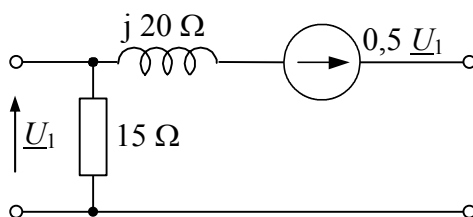
$$Y_w = \frac{1}{8R} \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix},$$

natomiast macierz całego czwórnika

$$Y = Y_1 + Y_w = \frac{1}{8R} \begin{bmatrix} 13 & -9 \\ -9 & 13 \end{bmatrix}.$$



Zad. 10. Zadany jest czwórnik pokazany na rysunku. Wyznaczyć równoważny czwórnik typu Π .

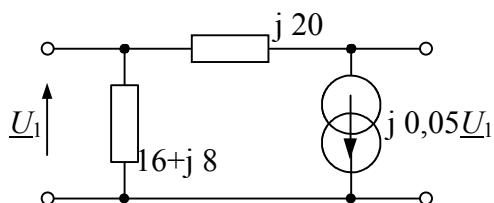


Rozwiązanie.

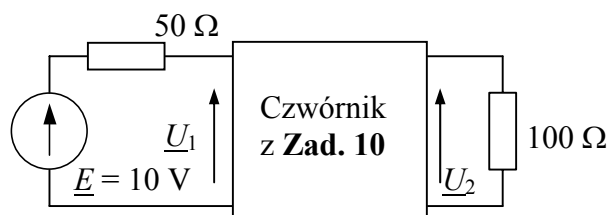
Macierz admitancyjna czwórnika

$$Y = \begin{bmatrix} 0,05 - j0,075 & j0,05 \\ j0,075 & -j0,05 \end{bmatrix}.$$

Czwórnik równoważny wraz z wartościami elementów pokazano na rysunku poniżej.



Zad. 11. Czwórnik pokazany na rysunku w **Zad. 10** działa w układzie pokazanym na rysunku poniżej.



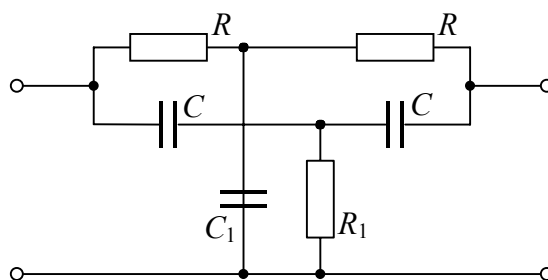
Obliczyć wzmocnienie napięciowe układu. Moduł wzmocnienia wyrazić w decybelach.

Rozwiązanie.

$$\underline{K}_u = 1,4423 - j0,2885, \quad K_u = 3,3515 \text{ dB.}$$



Zad. 12. Na rysunku pokazano tzw. mostek „podwójne T”, pozwalający uzyskać zerowe napięcie wyjściowe dla $\underline{I}_2 = 0$ i $\underline{U}_1 \neq 0$ (mostek w równowadze). Wyznaczyć warunki równowagi mostka oraz pulsację, przy której równowaga wystąpi.



Rozwiązanie.

Czwórnik powstał jako regularne połączenie dwóch czwórników typu T. Warunek równowagi wymaga aby element y_{21} wynikowego czwórnika spełniał warunek

$$y_{21} = 0.$$

Równowaga czwórnika nastąpi dla parametrów elementów spełniających warunek

$$2 \frac{C}{C_1} = \frac{R}{2R_1}$$

dla pulsacji

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{C \sqrt{R_1 R}}.$$

W zastosowaniach praktycznych najczęściej stosuje się elementy o parametrach $R = 2R_1$ oraz $C_1 = 2C$.

