

Ćwiczenie 6

Prawa autorskie zastrzeżone:
Zakład Teorii Obwodów PWr

SZTUCZNA LINIA DŁUGA

Celem ćwiczenia jest:

- zapoznanie się z modelem obwodowym układu o parametrach rozłożonych typu linia długa,
- pomiar wielkości charakteryzujących zjawiska zachodzące w linii sztucznej, zbudowanej na podstawie modelu obwodowego linii długiej,
- weryfikacja linii sztucznej przez porównanie wyników uzyskanych z jej pomiaru z wynikami uzyskanymi z analizy teoretycznej modelu obwodowego linii długiej.

W ćwiczeniu należy:

- wyznaczyć parametry jednostkowe linii oraz tłumienność, przesuwność, prędkość fazową, grupową, impedancję falową,
- zmierzyć impedancje wejściowe dla różnych obciążeń i różnej długości linii,
- zmierzyć rozkład napięcia wzdłuż linii oraz sprawność przekazywania mocy,
- zaobserwować przejście impulsu prostokątnego przez linię w warunkach różnych obciążeń linii.

A. Wprowadzenie

1. Sztuczna linia długa

Dokładny opis matematyczny zjawisk zachodzących w układach o parametrach rozłożonych daje opis polowy, którego podstawą są równania Maxwella [1]. W pewnych jednak przypadkach, gdy wymiary układu spełniają warunek quasi-stacjonarności, istnieje możliwość skonstruowania modelu obwodowego tego układu w postaci obwodu RLC o parametrach skupionych. Możliwość skonstruowania modelu obwodowego istnieje również dla układów o parametrach rozłożonych, dla których warunek quasi-stacjonarności nie jest spełniony jedynie przez jeden wymiar układu, np. w kierunku 0-x, a więc dla układów typu linia długa [2]. Niespełnienie przez linię długą warunku quasi-stacjonarności w kierunku 0-x powoduje, że napięcie i prąd wzdłuż linii będą zależeć od współrzędnej x. Możliwe jest zatem utworzenie modelu obwodowego linii długiej, ale takiego, którego parametry są rozłożone w kierunku 0-x. Przyjmując, że linia długa jest linią jednorodną, model obwodowy można scharakteryzować parametrami równomiernie rozłożonymi wzdłuż linii.

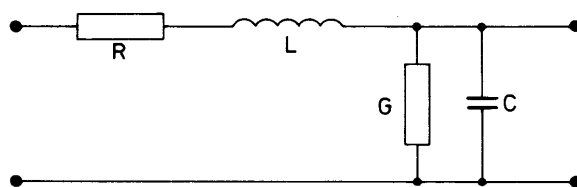
Rozpatrując dostatecznie krótki odcinek Δx linii długiej, dla którego spełniony jest warunek quasi-stacjonarności

$$\Delta x \ll \lambda, \quad (1)$$

można dla tego odcinka utworzyć schemat zastępczy, zawierający elementy o parametrach skupionych, przedstawiony na rys.1,

$$R = r \Delta x, \quad L = l \Delta x, \quad G = g \Delta x, \quad C = c \Delta x, \quad (2)$$

a r, l, g, c są parametrami jednostkowymi linii [3].



Rys. 1

Połączenie kaskadowe czwórników z rys.1 pozwala otrzymać dla linii długiej schemat zastępczy z elementami RLCG o parametrach skupionych i na tej podstawie zbudować sztuczną linię długą. Budując sztuczną linię długą należy pamiętać, że im krótszy, w porównaniu z długością fali λ , przyjęć odcinek Δx , tym dokładniej zjawiska zachodzące w linii sztucznej będą odpowiadać zjawiskom zachodzącym w linii naturalnej.

Na potrzeby ćwiczenia zbudowano sztuczną linię długą o 24 ogniwach, z których każde reprezentuje odcinek $\Delta x = 15$ km naturalnej linii długiej. Parametry tej linii odpowiadają parametrom napowietrznej dwuprzewodowej linii telefonicznej o następujących danych: średnica przewodów $d = 4$ mm, odległość między przewodami $a = 20$ cm, rezystywność materiału, z którego wykonano przewody, $\rho = 1,82 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$; przyjęto średni stan izolatorów, średnią wilgotność powietrza i średnie jego zanieczyszczenie, co odpowiada upływności jednostkowej $g = 5 \cdot 10^{-10} \text{ S/m}$; pasmo przenoszonych częstotliwości wynosi (300-3400) Hz.

Przyjęcie odcinka o długości $\Delta x = 15$ km do budowy sztucznej linii długiej stanowi kompromis między liczbą odcinków, niezbędną do zamodelowania linii o długości porównywalnej z długością fali, a długością poszczególnego odcinka, wynikającą z konieczności spełnienia warunku (1).

Łatwo sprawdzić, że dla górnej częstotliwości przenoszonego pisma $\Delta x \cong \frac{1}{6} \lambda_g$, a więc warunek quasi-stacjonarności jest spełniony w sposób przybliżony, natomiast dla dolnej częstotliwości pasma całkowita długość elektryczna linii $l \cong \frac{1}{3} \lambda_d$.

2. Rozwiązania równań linii długiej. Parametry falowe

W stanie ustalonym, w warunkach pobudzenia sinusoidalnego, rozkład napięcia i prądu wzdłuż linii może być opisany następującymi równaniami [3]:

$$\begin{aligned} \underline{U} &= \frac{1}{2}(\underline{U}_p - \underline{I}_p \underline{Z}_f) e^{\gamma x} + \frac{1}{2}(\underline{U}_p + \underline{I}_p \underline{Z}_f) e^{-\gamma x} = \underline{U}_r + \underline{U}_i, \\ \underline{I} &= \frac{1}{2}\left(\underline{I}_p - \frac{\underline{U}_p}{\underline{Z}_f}\right) e^{\gamma x} + \frac{1}{2}\left(\underline{I}_p + \frac{\underline{U}_p}{\underline{Z}_f}\right) e^{-\gamma x} = \underline{I}_r + \underline{I}_i, \end{aligned} \quad (3)$$

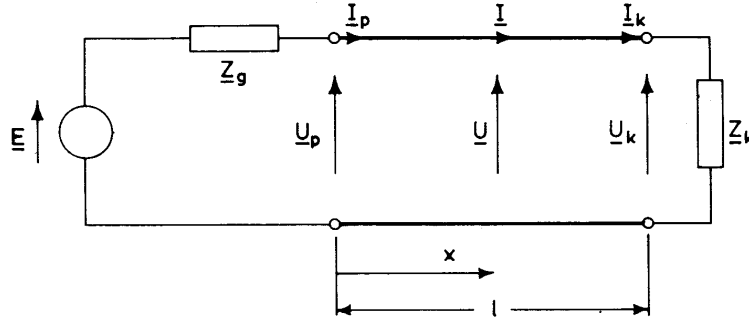
przy czym impedancja falowa

$$\underline{Z}_f = \frac{\underline{U}_i}{\underline{I}_i} = -\frac{\underline{U}_r}{\underline{I}_r}, \quad (4)$$

tamowność

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(r + j\omega l)(g + j\omega c)}, \quad (5)$$

a pozostałe oznaczenia jak na rys.2.



Rys. 2

Stosunek

$$\frac{U_p}{I_p} = Z_w = Z_f \frac{Z_k + Z_f \tanh(\underline{\gamma} l)}{Z_f + Z_k \tanh(\underline{\gamma} l)} = Z_f \tanh \left(\underline{\gamma} l + \operatorname{atanh} \left(\frac{Z_k}{Z_f} \right) \right), \quad (6)$$

definiuje impedancję wejściową linii długiej obciążonej impedancją Z_k . Podczas zwarcia i rozwarcia na końcu linii impedancje wejściowe wynoszą:

$$Z_{wz} = Z_f \tanh(\underline{\gamma} l), \quad Z_{wo} = Z_f \coth(\underline{\gamma} l). \quad (7)$$

Zależności te sugerują sposób pomiaru impedancji falowej linii

$$Z_f = \sqrt{Z_{wz} Z_{wo}}. \quad (8)$$

Obciążenie linii impedancją $Z_k = Z_f$ powoduje, że impedancja wejściowa $Z_w = Z_f$. Impedancja falowa może być również obliczona na podstawie parametrów jednostkowych linii

$$Z_f = \sqrt{\frac{r + j\omega l}{g + j\omega c}}. \quad (9)$$

W warunkach dopasowania falowego w linii występuje jedynie fala padająca napięcia i prądu. Wartość skuteczna zespolona napięcia dana jest wówczas zależnością

$$\underline{U} = \underline{U}_i = \underline{U}_p e^{-\underline{\gamma} x}, \quad (10)$$

a wartość chwilowa

$$U(x, t) = U_{p \max} e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x + \varphi_p), \quad (11)$$

przy czym, dla $x = 0$,

$$u_p(t) = u_{p\max} \sin(\omega t + \varphi_p),$$

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta. \quad (12)$$

Amplituda napięcia wzdłuż linii maleje **eksponencjalnie** z wykładnikiem α

$$\alpha = \frac{1}{x} \ln \left(\frac{U_p}{U_x} \right), \quad (13)$$

a przesunięcie fazowe między napięciami \underline{U}_x i \underline{U}_p wynosi βx , tzn.

$$\beta = \frac{\varphi_p - \varphi_x}{x}, \quad (14)$$

gdzie φ_x jest fazą napięcia w odległości x od początku linii.

Tłumienność α i przesuwność β mogą być wyrażone przez parametry jednostkowe

$$\alpha, \beta = \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{(r^2 + \omega^2 l^2)(g^2 + \omega^2 c^2)} \pm \frac{1}{2}(rg - \omega^2 lc)}, \quad (15)$$

przy czym znak "+" dotyczy α , a znak "-" dotyczy β . Powyższy wzór ma bardziej wyidealizowany teoretyczny. W praktyce korzystamy z zależności (5). **W sprawozdaniu nie należy korzystać z zależności (15) !!!**

3. Przekazywanie mocy przez linię stratną

Przesyłanie sygnałów elektrycznych przez linię stratną wiąże się ze stratami mocy [3]

$$P_{str} = P_p - P_k = (P_{ip} - P_{rp}) - (P_{ik} - P_{rk}). \quad (16)$$

Przy założeniu, że impedancja falowa linii jest rzeczywista, można zapisać

$$P_{ik} = P_{ip} e^{-2\alpha l}, \quad P_{rk} = P_{rp} e^{2\alpha l}, \quad \frac{P_{rk}}{P_{ik}} = \Gamma_k^2, \quad (17)$$

czyli

$$P_{str} = P_p \left(1 - \frac{1 - \Gamma_k^2}{e^{2\alpha l} - \Gamma_k^2 e^{-2\alpha l}} \right), \quad (19)$$

a sprawność przekazywania mocy

$$\eta = \frac{P_k}{P_p} = \frac{1 - \Gamma_k^2}{e^{2\alpha l} - \Gamma_k^2 e^{-2\alpha l}}, \quad (20)$$

przy czym Γ_k to moduł współczynnika odbicia na końcu linii, a "l" we wzorach (17)-(19) oznacza długość linii.

4. Zniekształcenia amplitudowe i fazowe

Warunkiem nie zniekształcenia sygnału podczas przejścia przez linię jest:

- dopasowanie falowe linii dla wszystkich częstotliwości harmonicznego sygnału,
- niezależność od częstotliwości tłumienności α i prędkości fazowej

$$v_f = \frac{\omega}{\beta} \quad (21)$$

W przypadku, gdy prędkość fazowa zależy od częstotliwości, linia jest linią dyspersyjną i prędkość grupowa

$$v_g = \lim_{\Delta\beta \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta} = \frac{d\omega}{d\beta} = v_f + \beta \frac{dv_f}{d\beta} \quad (21)$$

nie jest równa prędkości fazowej. Jeżeli $v_f > v_g$, to dyspersja jest normalna, a jeżeli $v_f < v_g$, to dyspersja jest anormalna.

Czas potrzebny do przejścia przebiegu sinusoidalnego przez linię o długości l wynosi

$$t = \frac{l}{v_f} = l \frac{\beta}{\omega} \quad (22)$$

W przypadku linii dyspersyjnych sygnały o różnych częstotliwościach potrzebują różnego czasu do przejścia przez linię.

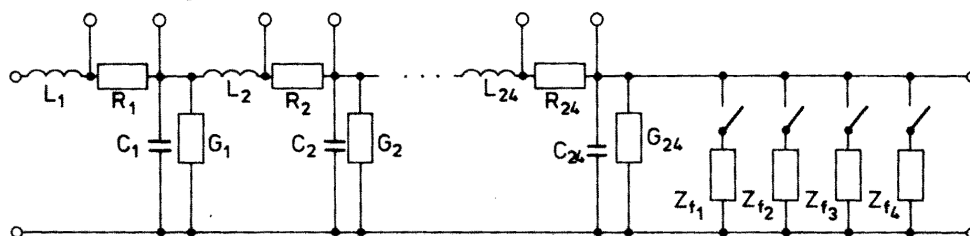
Długość fali rozchodzącej się w linii jest określona wzorem

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v_f}{f} \quad (23)$$

B. Część laboratoryjna

Wykaz przyrządów:

- generator RC,
- generator impulsów prostokątnych,
- oscyloskop dwukanałowy,
- woltomierz,
- miernik fazy,
- dekada rezystorowa.



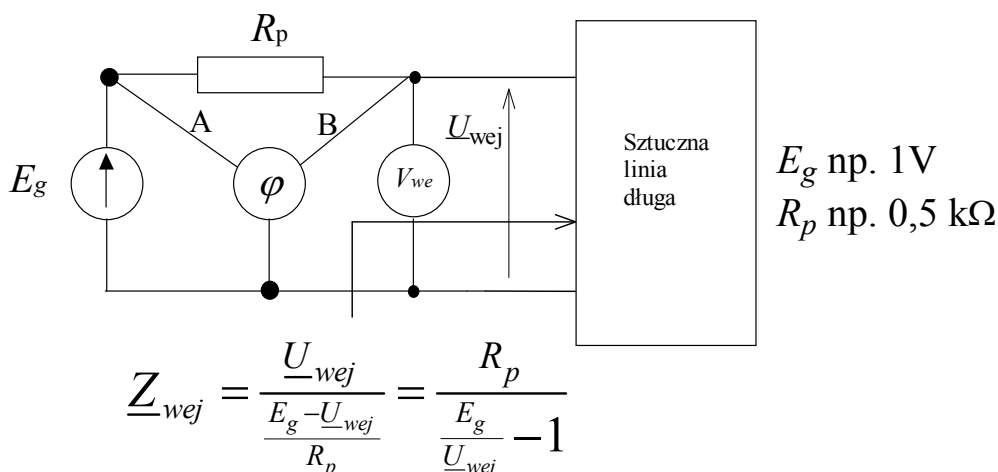
Rys. 3

1. Wyznaczenie parametrów jednostkowych

Linia sztuczna zbudowana jest z 24 ogniw RLCG ($G = 7,9\mu\text{S}$, $R = 38\ \Omega$, $L = 28,5\ \text{mH}$, $C = 90\ \text{nF}$) (rys.3). Wyznaczyć parametry jednostkowe linii przyjmując, że jedno ogniwo odpowiada odcinkowi $\Delta x = 15\ \text{km}$.

2. Pomiar impedancji falowej i impedancji wejściowej linii

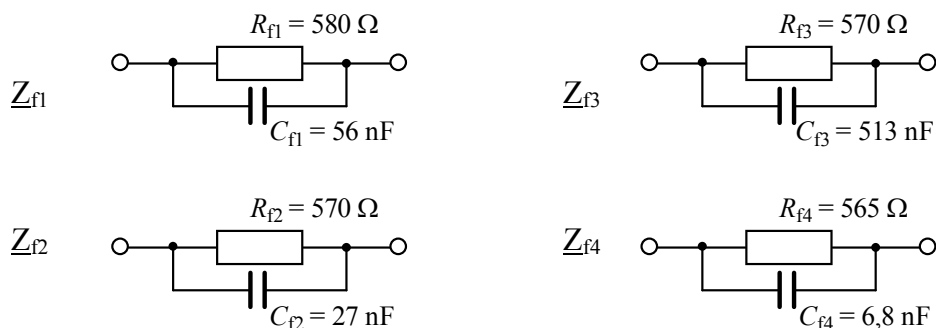
- 2.1 Za pomocą metody technicznej (rys. 4) zmierzyć impedancję wejściową linii w warunkach zwarcia i rozwarcia na końcu linii. Częstotliwość pomiaru f wybrać z przedziału 0,4-3,2 kHz. Wyznaczyć impedancję falową, a następnie wartości elementów wchodzących w skład dwójnika, którego impedancja jest równa, przy wybranej częstotliwości, impedancji falowej linii.



Rys. 4

Oznaczenia: φ – miernik fazy, V_{we} – woltomierz napięcia zmiennego, E_g – generator napięcia sinusoidalnego.

Obciążyć linię dwójnikiem \underline{Z}_{fn} o impedancji równej lub zbliżonej do impedancji falowej, a następnie zmierzyć impedancję wejściową linii obciążonej. Porównać wyniki. Dwójniki \underline{Z}_{fn} , $n = 1, 2, 3, 4$, licząc od góry panelu linii, mają następujące schematy zastępcze (rys.5) (wartości elementów są podane na stanowisku).

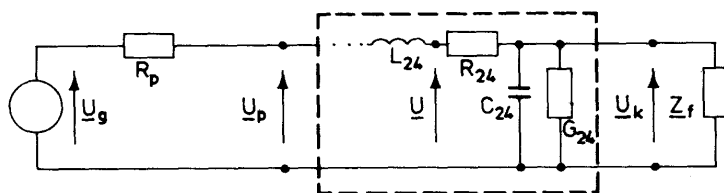


Rys. 5.

- 2.2. Za pomocą metody technicznej (rys.4) zmierzyć impedancję wejściową linii zwartej na końcu w funkcji jej długości. Długość linii regulować przez zwieranie jej kolejnych ogniów. Częstotliwość pomiaru wybrać taką samą jak w punkcie 2.1. Długość odcinka $\Delta x = 15$ km przeliczyć na długość elektryczną, wyrażoną przez wielokrotność długości fali rozchodzącej się w linii. Sporządzić wykres modułu impedancji wejściowej linii zwartej na końcu w funkcji jej długości elektrycznej. Na podstawie wykresu modułu impedancji wejściowej określić moduł impedancji falowej linii, a uzyskany wynik porównać z wynikami uzyskanymi w punkcie 2.1.

3. Pomiar rozkładu napięcia wzdłuż linii oraz pomiar mocy

- 3.1. Dla wybranej uprzednio częstotliwości zmierzyć rozkład napięcia \underline{U}_n (moduł i fazę) wzdłuż linii w warunkach dopasowania falowego (rezystancję R_p najlepiej rys.4 ustawić na wartość 500Ω). Pomiar fazy wykonać względem fazy napięcia $\underline{U}_p = U_p e^{j0} V$ na początku linii. Sporządzić wykres $\underline{U}_n/\underline{U}_p$ we współrzędnych biegunowych. **Fazy napięć w pkt. 3 mierzyć względem napięcia \underline{U}_p .**
- 3.2. Na podstawie wykonanych pomiarów wyznaczyć tłumienność α i przesuwność β linii, prędkość fazową v_f , a także długość elektryczną sztucznej linii długiej. Porównać prędkość fazową z prędkością światła w wolnej przestrzeni oraz długość fali z długością fali w wolnej przestrzeni.
- 3.3. Dołączyć do wejścia linii dopasowanej falowo rezystor $R_p=500\Omega$ (rys.6). Ustawić napięcia $\underline{U}_p = U_p e^{j\varphi_p} = 1e^{j0} V$, $\underline{U}_g = U_g e^{j\varphi_g}$, $\underline{U} = U e^{j\varphi}$, $\underline{U}_k = U_k e^{j\varphi_k}$.



Rys. 6

Obliczyć

$$\underline{I}_p = \frac{\underline{U}_g - \underline{U}_p}{R_p} = I_p e^{j\phi_p}, \quad \underline{I}_k \approx \frac{\underline{U} - \underline{U}_k}{R_{24}} = I_k e^{j\phi_k}$$

oraz moce na początku i na końcu linii

$$P_p = I_p U_p \cos(\phi_p - \varphi_p), \quad P_k = I_k U_k \cos(\phi_k - \varphi_k).$$

Obliczyć sprawność η linii.

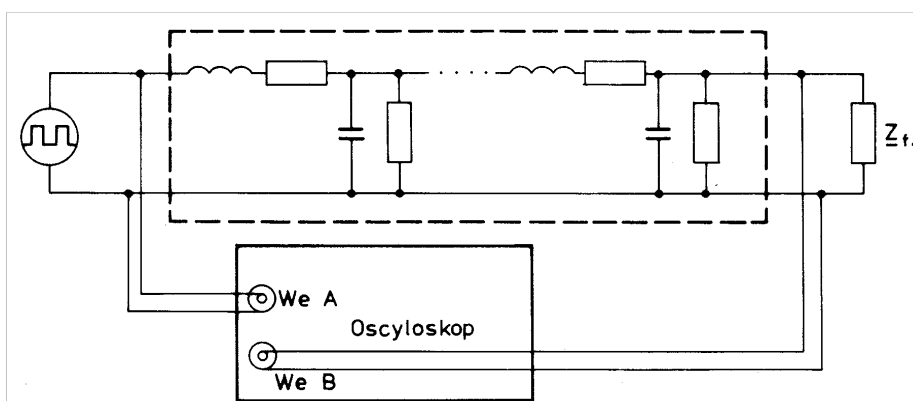
- 3.4. W warunkach dopasowania falowego zmierzyć na 24-tym ogniwie zależność fazy od częstotliwości. Częstotliwość f zmieniać tak aby uzyskać przyrosty fazy $\pm 10^\circ$ (lub $\pm 20^\circ$). Wyznaczyć prędkość grupową

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta}, \quad \text{gdzie } \Delta\omega = 2\pi\Delta f, \quad \Delta\beta = \frac{\Delta\varphi}{n\Delta x}$$

oraz określić typ dyspersji występujący w linii.

4. Przejście impulsu prostokątnego przez układ

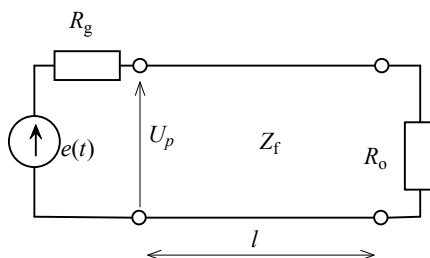
- 4.1 Do zacisków wejściowych linii długiej, obciążonej impedancją Z_{f1} , dołączyć generator impulsów prostokątnych. Wybrać częstotliwość powtarzania impulsów $f_p = 100$ Hz, a szerokość pojedynczego impulsu $t_p \approx 0,5$ ms. Zaobserwować na ekranie oscyloskopu dwukanałowego, podłączonego do układu tak jak to pokazano na rys.7, a następnie wydrukować kształt impulsu na początku i na końcu linii oraz kształt impulsów w środku linii w przypadku, gdy na końcu linii podłączona jest impedancja Z_{f1} , zwarcie i rozwarcie (razem cztery wydruki). Na podstawie przejścia impulsu prostokątnego przez linię zmierzyć czas przejścia oraz amplitudy na wejściu i wyjściu. Wyznaczyć prędkość grupową oraz tłumienność α . Zinterpretować wyniki.



Rys.7

Pytania kontrolne

1. Przedyskutować zależność impedancji wejściowej linii długiej bez strat przy różnych obciążeniach ($\underline{Z}_k = \{0, \infty, Z_f, R, jX\}$).
2. Narysować rozkład amplitudy napięcia i amplitudy prądu w linii długiej ze stratami w przypadku dopasowania na końcu linii oraz gdy dopasowanie nie występuje.
3. Wyprowadzić zależność (6).
4. Omówić właściwości modelu linii: bezstratnej, nieznkształcającej oraz linii o stratach nieznacznych.
5. Narysować przebieg napięcia U_p na początku linii bezstratnej, jeśli na wejściu linii podano skok jednostkowy $e(t) = 1(t)$ oraz $Z_f = 50 \Omega$, $R_0 = 75 \Omega$, $R_g = 30 \Omega$. (rys. 8).



Rys. 8

6. Narysować rozkład napięcia i prądu wzdłuż linii bez strat przy różnych obciążeniach ($\underline{Z}_k = 0$, $\underline{Z}_k \rightarrow \infty$, $\underline{Z}_k = \underline{Z}_f$, $\underline{Z}_k = j\omega L$, $\underline{Z}_k = 1/j\omega C$, $\underline{Z}_k = R + jX$).
7. Dla odcinka zwartego na końcu narysować wykres reaktancji wejściowej w funkcji długości l . Omówić szczegółowo fragmenty narysowanego wykresu.
8. Wykazać, że $\underline{Z}_f = \sqrt{\underline{Z}_w \underline{Z}_o}$, gdzie \underline{Z}_w i \underline{Z}_o oznaczają odpowiednio impedancję wejściową linii przy $\underline{Z}_k = 0$ i $\underline{Z}_k \rightarrow \infty$.
9. Wyznaczyć długość l odcinka linii bez strat zwartej na końcu, jeśli ten odcinek w połączeniu z kondensatorem o pojemności $C = 50$ pF tworzy rezonansowy obwód równoległy o częstotliwości rezonansowej 300 MHz. Przyjąć $v_f = c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$, $Z_f = 75 \Omega$.
10. Do czego służy wykres kołowy zwany wykresem Smitha?

Literatura

- [1] LITWIN R., SUSKI M., Technika mikrofalowa, WNT, Warszawa 1972.
- [2] OSIOWSKI J., Teoria obwodów II, WNT, Warszawa 1971.
- [3] URUSKI M., WOLSKI W., Teoria obwodów II, skrypt PWr., Wrocław 1976.