

## Ćwiczenie 10

Prawa autorskie zastrzeżone:  
Zakład Teorii Obwodów PWr

### TRANSFORMATOR TELEKOMUNIKACYJNY

Celem ćwiczenia jest:

- poznanie prostych układów zastępczych transformatora,
- badanie własności transmisyjnych transformatora telekomunikacyjnego,
- zbadanie wpływu szczeliny w rdzeniu na własności transmisyjne.

W ćwiczeniu należy:

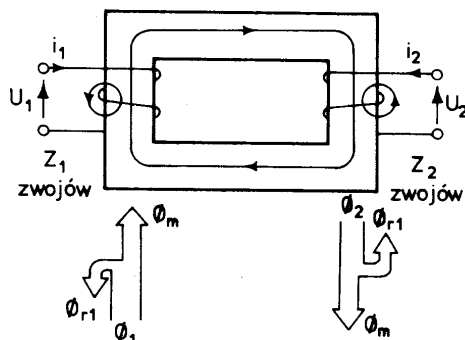
- zmierzyć przekładnię transformatora,
- wyznaczyć rezystancję obciążenia dopasowanego na maksymalną moc,
- zmierzyć charakterystyki amplitudowe i fazowe dla różnych obciążeń,
- zbadać wpływ szczeliny na charakterystyki częstotliwościowe,
- wyznaczyć uproszczony układ zastępczy i zweryfikować go.

#### A. Wprowadzenie

##### 1. Transformator jako element obwodu

Transformator jest układem zawierającym co najmniej dwa uzwojenia nawinięte na wspólny rdzeń wykonany z materiału ferromagnetycznego. Dzięki temu, że rdzeń taki ma znacznie lepsze własności magnetyczne niż powietrze, strumienie magnetyczne wytworzone przez prądy uzwojeń prawie całkowicie zamykają się w rdzeniu. Jednakże nieliniowy i niejednoznaczny charakter krzywej magnesowania materiałów ferromagnetycznych komplikuje analizę własności transformatora [1]. Do celów praktycznych często stosuje się analizę przybliżoną i weryfikuje jej rezultaty przez porównanie z wynikami pomiarów. W transformatorach współpracujących ze źródłem i odbiornikiem w sposób transmisyjny ważną rolę odgrywają zniekształcenia nieliniowe sygnału, które można zmniejszyć przez wybór rdzenia o małej nieliniowości krzywej magnesowania i wprowadzenie szczeliny powietrznej. W dalszej części będzie podana analiza właściwości oraz układy zastępcze transformatora o dwóch uzwojeniach i nieznaczącej nieliniowości, pokazanego na rys.1.

Dla uproszczenia rozważań zakłada się, że przez każdy zwój uzwojenia 1 i 2 przenika ten sam strumień magnetyczny. Na rys.1 pokazano symbolicznie, że strumień przenikający uzwojenia transformatora jest sumą strumienia magnesującego rdzeń ( $\Phi_m$ ) oraz strumieni rozproszenia ( $\Phi_{r1}$ ,  $\Phi_{r2}$ ).



Rys. 1

Napięcia na zaciskach można opisać zależnościami [1]:

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + z_1 \frac{d\Phi_{r1}}{dt} + z_1 \frac{d\Phi_m}{dt}, \\ u_2 &= R_2 i_2 + z_2 \frac{d\Phi_{r2}}{dt} + z_2 \frac{d\Phi_m}{dt}, \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie  $R_1$  i  $R_2$  - rezystancje uzwojeń 1 i 2.

Ponieważ strumienie rozproszone  $\Phi_{r1}$  i  $\Phi_{r2}$  przebiegają częściowo w powietrzu, można przyjąć, że są one liniową funkcją prądów i równania (1) zapisuje się w postaci:

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + L_{s1} \frac{di_1}{dt} + z_1 \frac{d\Phi_m}{dt}, \\ u_2 &= R_2 i_2 + L_{s2} \frac{di_2}{dt} + z_2 \frac{d\Phi_m}{dt}, \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie:  $L_{s1} = \frac{z_1 \Phi_{r1}}{i_1}$  - indukcyjność rozproszona uzwojenia 1,

$L_{s2} = \frac{z_2 \Phi_{r2}}{i_2}$  - indukcyjność rozproszona uzwojenia 2.

Strumień magnesujący  $\Phi_m$  jest nieliniową funkcją prądów  $i_1$  oraz  $i_2$ , więc składniki  $z_1 \frac{d\Phi_m}{dt}$  i  $z_2 \frac{d\Phi_m}{dt}$ , występujące w równaniach (2), są nieliniowe. Dla transformatora zawierającego szczelinę powietrzną jest prawdziwa zależność

$$\Phi_m = \frac{1}{z_2} M i_1 + \frac{1}{z_1} M i_2, \quad (3)$$

gdzie  $M$  - indukcyjność wzajemna,

$M i_1$  - strumień skojarzony z uzwojeniem 2, wytworzony przez prąd  $i_1$ ,

$M i_2$  - strumień skojarzony z uzwojeniem 1, wytworzony przez prąd  $i_2$ .

Równanie (3) można przepisać także w postaci

$$\Phi_m = \frac{M}{z_2} \left( i_1 + \frac{z_2}{z_1} i_2 \right). \quad (4)$$

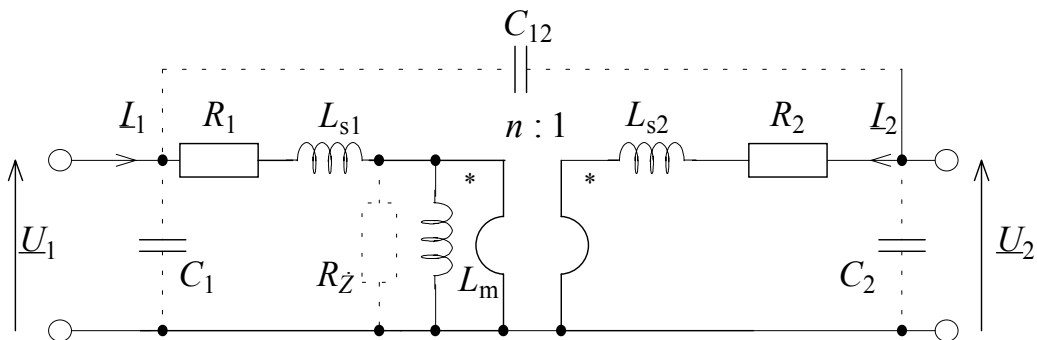
Z ostatniej równości wynika, że płynący przez uzwojenie 1 prąd

$$i_m = i_1 + \frac{i_2}{n}, \quad n = \frac{z_1}{z_2} \quad (5)$$

wytwarza strumień magnesujący  $\Phi_m$  (pomijając strumień rozproszenia). Prąd  $i_m$  nazywa się prądem magnesującym, a współczynnik  $n$  przekładnią transformatora. Z równania (1) wynika, że jeżeli  $R_1 = R_2 = 0$  oraz  $\Phi_{r1} = \Phi_{r2} = 0$ , to

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{z_1}{z_2} = n. \quad (6)$$

Oznacza to, że transformator o małych stratach energii i o nieznacznym rozproszeniu strumienia magnetycznego zachowuje się podobnie jak transformator idealny o przekładni równej  $n$  [1].



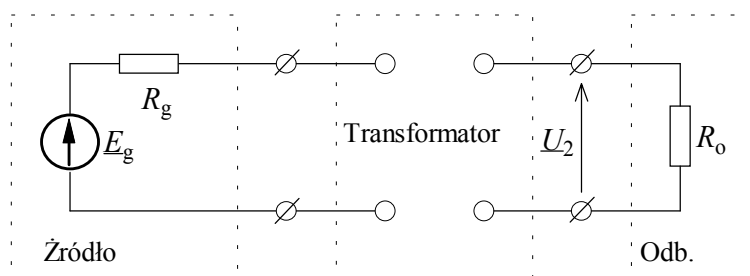
Rys. 2

Na podstawie równań (2) i (5), przy założeniu, że  $L_m = \frac{z_1 \Phi_m}{i_m}$  można skonstruować układ zastępczy transformatora pokazany na rys.2. Na schemacie liniami przerywanymi dorysowano rezystor  $R_z$ , który pozwala uwzględnić straty energii w rdzeniu, kondensatory  $C_1$  i  $C_2$  są związane z istnieniem pojemności własnych uzwojeń oraz kondensator  $C_{12}$  reprezentujący pojemność między uzwojeniami. Elementy te odgrywają istotną rolę w analizie pracy transformatora w zakresie wielkich częstotliwości.

## 2. Własności transmisyjne transformatora telekomunikacyjnego

Podstawową funkcją opisującą własności transformatora pracującego w układzie transmisyjnym (rys.3) jest skuteczne wzmocnienie napięciowe, zwane przenośnią

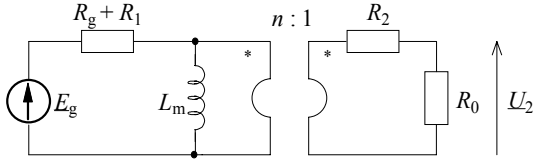
$$\vartheta(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{E_g(j\omega)} = \vartheta(\omega) e^{j\varphi(\omega)}. \quad (7)$$



Rys.3

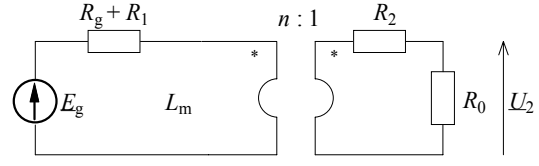
Zmiany przenośni  $\vartheta(j\omega)$  w funkcji pulsacji  $\omega$  są związane z obecnością elementów reaktancyjnych w schemacie zastępczym transformatora. W schemacie tym induktry występują zarówno w gałęziach wzdłużnych ( $L_{s1}$ ,  $L_{s2}$ ), jak i w gałęzi poprzecznej ( $L_m$ ), zatem  $\vartheta(0) = \vartheta(\infty) = 0$ . Jeżeli uwzględni się ponadto, że  $L_m \gg L_{s1}$  i  $L_m \gg L_{s2}$ , to można stąd wyciągnąć wniosek, że w zakresie małych częstotliwości zmiany przenośni  $\vartheta(j\omega)$  będą uzależnione głównie od indukcyjności  $L_m$ , a w zakresie wielkich częstotliwości od

indukcyjności  $L_{s1}$  i  $L_{s2}$ . Do analizy przenośni w zakresie małych częstotliwości może więc być pomocny układ pokazany na rys.4.



Zakres m. cz.

Rys. 4



Zakres częst. środkowych

Rys. 5

Przenośnię w tym zakresie częstotliwości można opisać w przybliżeniu za pomocą funkcji

$$\underline{v}_1 = n \frac{R_o}{R_s} \frac{j\alpha}{1 + j\alpha}, \quad (8)$$

gdzie:  $R_s = R_g + R_1 + n^2 (R_2 + R_0)$ ,

$$\alpha = \frac{\omega L_m}{R_r},$$

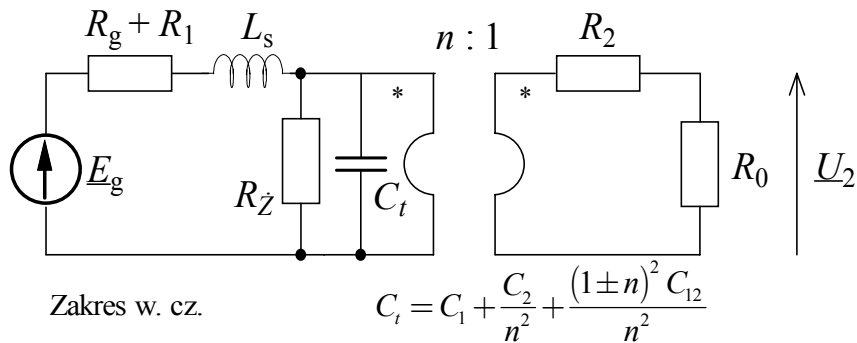
$$R_r = \frac{(R_g + R_1) n^2 (R_2 + R_0)}{R_s}.$$

W zakresie częstotliwości średnich transformator zachowuje się podobnie jak układ bezinercyjny, tj. przenośnia jest prawie niezależna od częstotliwości i przyjmuje w przybliżeniu wartość

$$\underline{v}_2 = n \frac{R_0}{R_s}. \quad (9)$$

Układ zastępczy dla tego zakresu częstotliwości pokazano na rys.5.

W zakresie wielkich częstotliwości prąd magnesujący, płynący przez induktor  $L_m$ , spełnia nierówność  $i_m \ll \frac{i_2}{n}$ . W związku z tym przenośnia  $\underline{v}(j\omega)$  może być wyznaczona na podstawie układu pokazanego na rys.6.



Zakres w. cz.

Rys.6

Z analizy tego układu otrzymuje się [1]

$$\underline{v}_3 = n \frac{R_o}{R_s} \frac{1}{1 + j\beta}, \quad (10)$$

gdzie  $\beta = \frac{\omega L_s}{R_s}$ ,  $L_s = L_{s1} + n^2 L_{s2}$ .

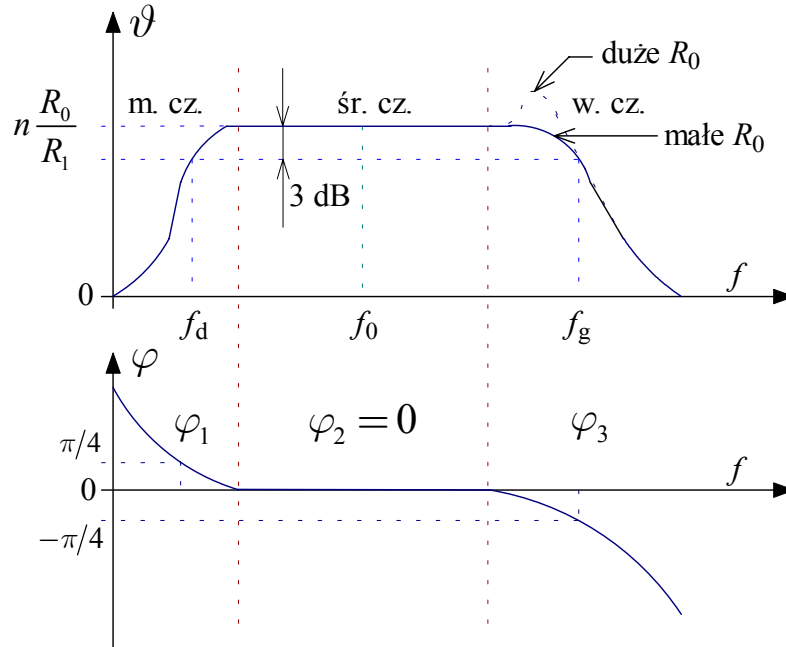
W ostatnim analizowanym zakresie częstotliwości zachodzi niekiedy potrzeba uwzględnienia wpływu pojemności rozproszonych transformatora. Jeżeli transformator jest słabo obciążony, prąd  $i_2$  staje się porównywalny z prądami przesunięć dielektrycznych i wówczas zmiany przenośni opisuje w przybliżeniu funkcja [1]

$$\underline{v}_3' = \frac{1}{n} \frac{1}{\frac{1}{Q} + j \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \right)}, \quad (11)$$

gdzie

$$Q = \frac{1}{\omega C_t (R_g + R_z)}, \quad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{L_s C_t}}.$$

Przy pulsacji  $\omega_r$  przenośnia przyjmuje wartość  $\underline{v}_3'(j\omega_r) = \frac{Q_r \omega_r}{n}$ , a w otoczeniu pulsacji  $\omega_r$  charakterystyka amplitudowa (moduł przenośni) wykazuje rezonansowy charakter zmian. Na rysunku 7 pokazano typowy przebieg charakterystyki amplitudowej i fazowej transformatora.



Rys. 7

Dla transformatora silnie obciążonego częstotliwości graniczne, przy których moduł przenośni maleje o 3 dB w stosunku do wartości maksymalnej  $\vartheta_{\max} = \frac{nR_s}{R_r}$ , są równe:

$$f_d = \frac{R_r}{2\pi L_m}, \quad f_g = \frac{R_s}{2\pi L_s}. \quad (12)$$

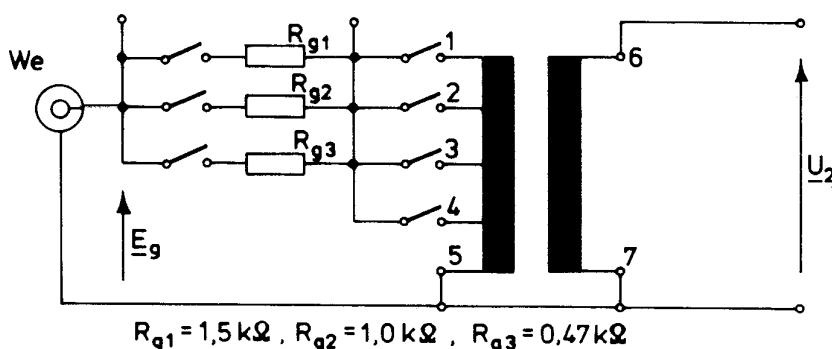
Za częstotliwość środkową pasma przyjmuje się zwykle średnią geometryczną określoną wzorem

$$f_0 = \sqrt{f_d f_g}. \quad (13)$$

Dokładny przebieg charakterystyki amplitudowej transformatora uzyskuje się na podstawie pomiarów. Umożliwiają one praktyczną weryfikację układu zastępczego transformatora oraz poczynionych w trakcie analizy uproszczeń. W zakresie częstotliwości środkowych za pomocą transformatora można uzyskać dopasowanie energetyczne obciążenia rezystancyjnego do źródła. Wówczas musi być spełniona zależność

$$R_0 = R_2 + \frac{R_g + R_l}{n^2}. \quad (15)$$

### 3. Opis panelu laboratoryjnego



Rys. 8

Panel laboratoryjny składa się z transformatora o dwóch uzwojeniach, przy czym uzwojenie pierwotne (współpracuje z generatorem) posiada odczepy pozwalające na zmianę liczby zwojów. W szereg z uzwojeniem pierwotnym włączone są rezystory  $R_{gi}$  ( $i = 1,2,3$ ) modelujące rezystancję generatora. Wybór odpowiedniego odczepu i rezystora  $R_{gi}$  dokonuje się przez wciśnięcie właściwego klawisza. Na rys.8 pokazano schemat elektryczny panelu.

Transformator będący obiektem badań ma regulowaną szczelinę powietrzną

## B. Część laboratoryjna

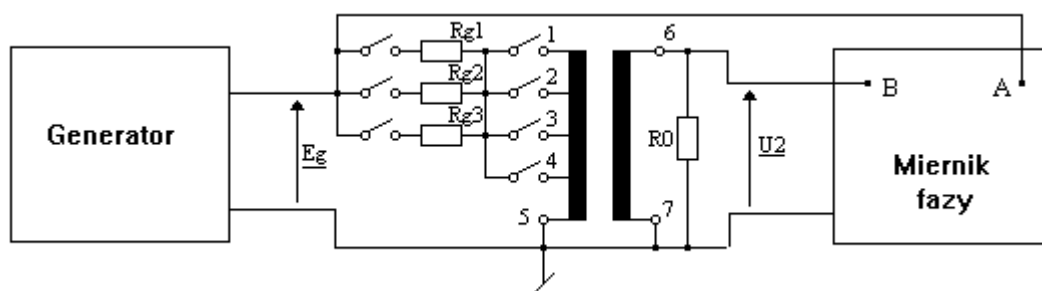
Wykaz przyrządów:

- generator,
- woltomierz,
- oscyloskop,
- miernik fazy
- dekada rezystancyjna.

Uwaga. Wszystkie pomiary wykonuje się dla transformatora z rdzeniem o minimalnej szczelinie, o ile nie podano inaczej.

### 1. Pomiar częstotliwości środkowej

Dla dwóch różnych par uzwojeń i wskazanej przez prowadzącego zajęcia rezystancji generatora należy wyznaczyć przybliżoną wartość częstotliwości środkowej. W tym celu należy dołączyć do panelu generator, a do wyjścia transformatora dekadę rezystancyjną, ustawić  $R_0 = 100 \Omega$  i wyznaczyć, korzystając z miernika fazy, częstotliwość  $f_0$ , przy której argument przenośni przyjmuje wartość równą zero. Zmierzyć  $f_d$ ,  $f_g$  (argument przenośni równy  $\pm 45^\circ$  i  $\pm 10^\circ$ ) i sprawdzić czy  $f_0 \approx \sqrt{f_d f_g}$  (rys. 9).



Rys. 9

### 2. Pomiar przekładni i wyznaczenie rezystancji obciążenia dopasowanego

Przekładnię wyznaczyć jako stosunek napięcia na uzwojeniu pierwotnym i wtórnym przy częstotliwości środkowej dla transformatora nieobciążonego. Na tej podstawie obliczyć przybliżoną wartość rezystancji dopasowania

$$R_{od} \approx \frac{R_g}{n^2}.$$

### 3. Pomiar mocy wydzielonej w obciążeniu

Pomiary mocy wykonać dla tych par uzwojeń przy odpowiednich częstotliwościach środkowych i tej samej wartości  $E_g$  (np. 5V na zaciskach nieobciążonego generatora). Rezystancję obciążenia należy zmieniać w granicach od 0,2 do 7  $R_{od}$ . Wyniki pomiarów przedstawić na wykresach  $P_0 = f(R_0)$ . Na podstawie wykresów wyznaczyć faktyczne rezystancje obciążenia dopasowanego  $R_d$  oraz odpowiadające im moce  $P_{max}$  i porównać je z mocą dysponowaną źródła (uwzględnić rezystancję wewnętrzną generatora).

**Uwaga:** Dalsze pomiary wykonuje się dla jednej z badanych par uzwojeń przy zadanej rezystancji generatora.

#### 4. Pomiary charakterystyki amplitudowej i fazowej

Pomiary wykonać dla obciążenia dopasowanego w zakresie od 20 Hz do 50 kHz. Wykresy sporządzić przyjmując logarytmiczną skalę częstotliwości. Na wykresie zaznaczyć częstotliwość środkową oraz częstotliwości graniczne przenoszonego pasma.

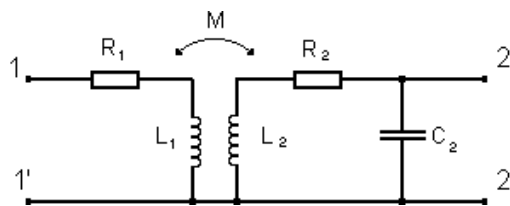
#### 5. Pomiar charakterystyki amplitudowej transformatora nieobciążonego

Pomiary wykonać w zakresie częstotliwości od 20 Hz do 100 kHz dla transformatora z minimalną i maksymalną szczeliną. Dodatkowo, przy maksymalnej szczelinie w rdzeniu, wykonać pomiary dla obciążenia  $R_0 > 5R_{od}$ . Na podstawie wyników pomiarów wykreślić charakterystyki amplitudowe  $|9(j2\pi f)|$  na jednym wykresie, przyjmując logarytmiczną skalę częstotliwości.

#### 6. Wyznaczenie schematu zastępczego transformatora

**Uwaga:** Pomiary można wykonać zarówno na końcu, jak i na początku ćwiczenia.

Należy opracować metodę wyznaczania wartości elementów układu zastępczego (rys.10) na podstawie pomiaru parametrów zewnętrznych transformatora za pomocą dostępnych przyrządów. Dla wybranej częstotliwości z zakresu 60 – 240 Hz wyznaczyć schemat zastępczy transformatora zawierającego parę uzwojeń badanych w punkcie 4 i 5 dla rdzenia z maksymalną szczeliną. Należy zatem wyznaczyć wartości  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $M$  (wpływ kondensatora  $C_2$  pominąć). Przyjąć w schemacie zastępczym  $C_1 = C_{12} = 0$ ,  $C_2 = 5,1$  nF,  $R_z = \infty$ . Na podstawie wyznaczonego schematu zastępczego obliczyć częstotliwości graniczne transformatora dla przyjętej w ćwiczeniu rezystancji generatora i obciążenia dopasowanego. Wyniki porównać z otrzymanymi na podstawie pomiarów.



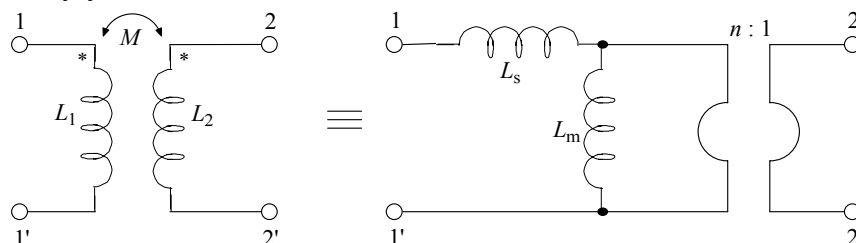
Rys.10

#### Pytania kontrolne

1. Omówić własności częstotliwościowe transformatora.
2. Jaki jest wpływ szczeliny na własności transformatora?



3. Podać układy zastępcze transformatora, zakres ich stosowalności oraz metody ich wyznaczania.
4. Wymienić typowe zastosowania transformatora.
5. Zdefiniować pojęcie transformatora idealnego. Jakie są jego podstawowe właściwości.
6. Jak należy konstruować transformator telekomunikacyjny (indukcyjności sprzężone), aby właściwości jego zbliżały się do właściwości transformatora idealnego.
7. Jakie warunki spełnia para zacisków transformatora, zwana zaciskami jednoimiennymi?
8. Jaka jest różnica między definicją przekładni, a przenośni?
9. Wykazać, że transformator idealny o przekładni  $n$  obciążony na zaciskach wtórnych rezystorem  $R$  (indukcyjnością  $L$ , pojemnością  $C$ ) jest równoważny na zaciskach pierwotnych rezystorowi o wartości  $n^2 R$  (indukcyjności o wartości  $n^2 L$ , pojemności  $\frac{C}{n^2}$ ).
10. Jakie muszą zachodzić związki między  $L_1, L_2, M$ , a  $L_s, L_m, n$ , aby poniższe czwórniki były równoważne?



### Literatura

- URUSKI M., WOLSKI W., Wybrane zagadnienia z teorii obwodów, skrypt, PWr, Wrocław 1976 rozdz. 6.4.
- OSIOWSKI J., SZABATIN J., Podstawy teorii obwodów, tom I, podręczniki akademickie, WNT, Warszawa 1995.