



Politechnika Wrocławska

Nieliniowe zastosowania wzmacniaczy operacyjnych

Wprowadzenie

Nieliniowe układy operacyjne realizują funkcję:

- jednej zmiennej: $y = f(x)$
 - wielu zmiennych: $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$
- gdzie zmienne (x_1, x_2, \dots) – napięcia lub prądy.

Układy realizujące operacje nieliniowe:

- układy kształtujące funkcje nieliniowe odcinkami funkcji liniowej,
- układy porównujące,
- układy logarytmujące i wykładnicze,
- układy mnożące i dzielące,
- układy potęgujące i pierwiastkujące,
- układy wielofunkcyjne.

Wprowadzenie

Podział układów z względu na metody generacji funkcji nieliniowej:

- bezpośrednia – wykorzystanie nieliniowych charakterystyk elementów nieliniowych. Zalety - prostota układów i dużą szybkość działania. Wada – ograniczona liczba charakterystyk elementów – ograniczona liczba zastosowań.

- pośrednia – generacja funkcji nieliniowej przy pomocy innych funkcji nieliniowych np.:

$$\exp(\ln(x) + \ln(y)) = x \cdot y$$

Zaleta – duże możliwości w generacji funkcji nieliniowych.
Metoda najczęściej stosowana.

Wprowadzenie

Podział układów z względu na metody generacji funkcji nieliniowej:

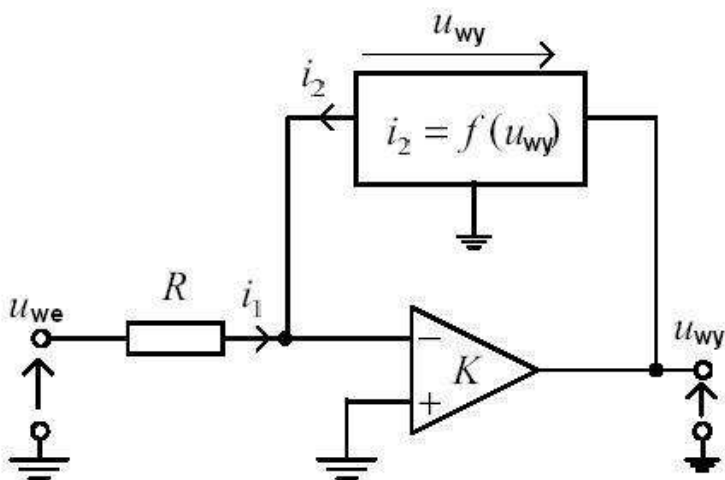
- aproksymacyjna – polega na aproksymacji lub interpolacji funkcji nieliniowej innymi funkcjami, zazwyczaj funkcją liniową (aproksymacja odcinkowa). Ważne czynniki – błąd przybliżenia i związana z nim łatwość realizacji układowej.

Wprowadzenie

Podział metod generacji funkcji nieliniowych ze względu na wyjściową postać generowanej funkcji:

- metoda funkcji jawnej – funkcja zapisana jest w postaci jawnej. Metoda polega na generacji funkcji elementarnych, a następnie za pomocą operacji matematycznych (dodawania, mnożenie itp.) na funkcjach elementarnych uzyskuje się żadaną funkcję nieliniową.
- metoda funkcji odwrotnej – układ posiada człon generujący funkcję $y = f(x)$. Gdy człon ten jest umieszczony w pętli sprzężenia zwrotnego układu to układ realizuje funkcję odwrotną $y = f^{-1}(x)$.

Wprowadzenie



Rys. 1. Przykład realizacji funkcji odwrotnej

Dla wzmacniacza idealnego:

$$K \rightarrow \infty \quad R_{in} = \infty$$

Można zapisać równania:

$$i_1 = -i_2 \quad \frac{u_{we}}{R} = -f(u_{wy})$$

Po przekształceniach otrzymujemy:

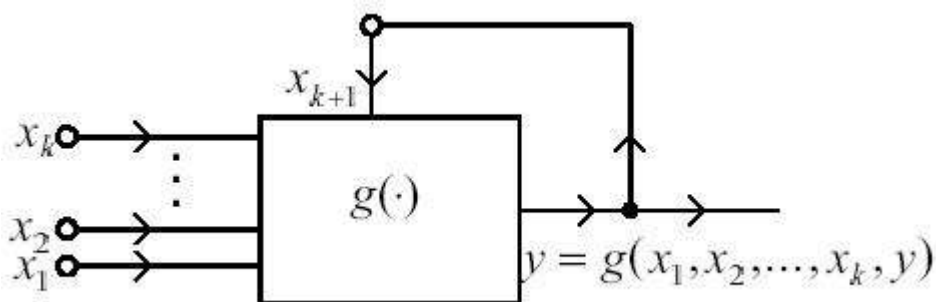
$$u_{wy} = -R \cdot f^{-1}(u_{we})$$

Przykład – wzmacniacz logarytmujący.

Wprowadzenie

Podział metod generacji funkcji nieliniowych ze względu na wyjściową postać generowanej funkcji:

- metoda funkcji uwikłanej – wynika z przedstawienia funkcji $y = f(x)$ w postaci: $y - g(x, y) = 0$



Rys. 2. Realizacja funkcji uwikłanej

Metoda ta umożliwią generację funkcji wymiernych, ponieważ pozwala zrealizować dzielenie licznika przez mianownik.

Wprowadzenie

Błędy realizacji funkcji nieliniowych

Źródła błędów towarzyszących realizacji funkcji nieliniowych przez rzeczywiste układy:

- zmiany temperatury,
- zmiany napięć zasilania,
- starzenie elementów,
- nieidealność wzmacniaczy operacyjnych itp.

Wprowadzenie

Podział błędów:

- względny błąd statystyczny (δ_0) – błąd maksymalny, mierzony przy wysterowaniu zacisków wejściowych układu napięciami stałymi o wartościach zawartych całym przedziale napięć dopuszczalnych
- błędy dynamiczne zależne od górnej częstotliwości granicznej pracy układu (f_{-3dB}). Definiuje się także częstotliwość graniczną błędu fazy (f_φ) oraz częstotliwość graniczną (f_α) przy jednoprocentowym błędzie amplitudy

Układy logarytmujące

Układ logarytmujący spełnia funkcję:

$$u_{wy} = -k_D \log \frac{u_{we}}{U_R} = -k_E \ln \frac{u_{we}}{U_R}$$

gdzie: k_D , k_E – stałe skalowania, $k_D = k_E \ln 10$

U_R – napięcie normujące, dodatnie dla $u_{we} > 0$,
ujemne dla $u_{we} < 0$.

Najprostsza realizacja – wykorzystanie charakterystyki diody półprzewodnikowej i metody funkcji odwrotnej

Układy logarytmujące

Charakterystykę diody półprzewodnikowej opisuje równanie:

$$I_D = I_S \left[\exp\left(\frac{u_{AK}}{mU_T}\right) - 1 \right]$$

gdzie: I_S jest prądem wstecznym,

$U_T = kT/q$ - potencjał elektrokinetyczny złącza,

m – współczynnik korekcyjny $m = (1 - 2)$.

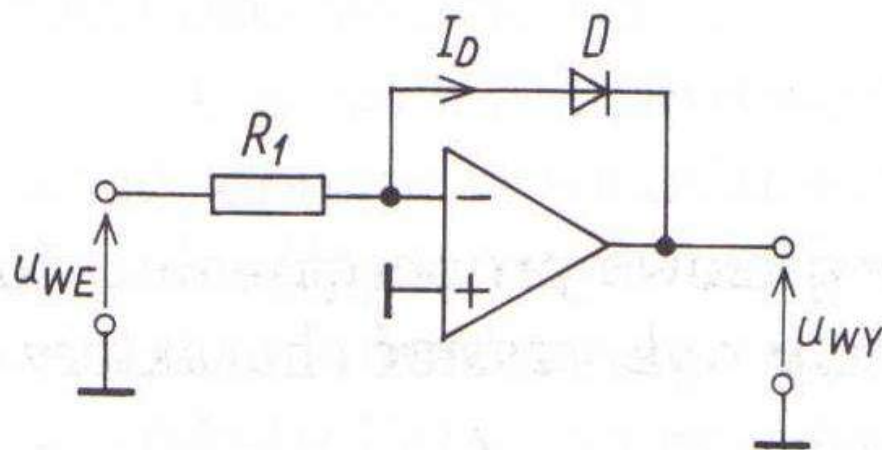
W obszarze przewodzenia równanie można uprościć:

$$I_D = I_S \exp\left(\frac{u_{AK}}{mU_T}\right)$$

Po przekształceniach otrzymujemy:

$$u_{AK} = mU_T \ln \frac{I_D}{I_S}$$

Układy logarytmujące



Rys. 3. Wzmacniacz logarytmujący z diodą półprzewodnikową

Napięcie wyjściowe układu:

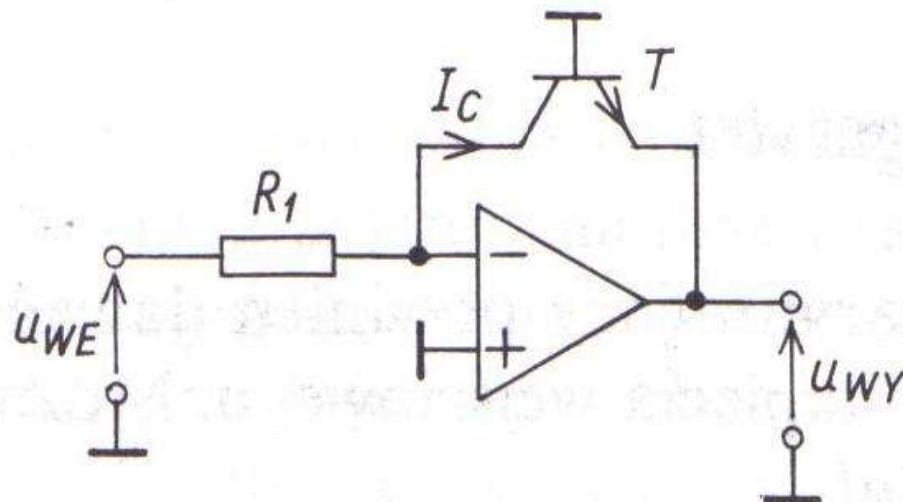
$$u_{wy} = -mU_T \ln 10 \log \frac{u_{we}}{I_S R_1}$$

W temperaturze pokojowej:

$$u_{wy} = -(1 \dots 2) \cdot 60 mV \cdot \log \frac{u_{we}}{I_S R_1}$$

Dokładność układu ograniczona do dwóch dekad. Wady – pasożytnicza rezystancja szeregową diody (spadek napięcia – błąd logarytmowania, zależność wsp. m od prądu).

Układy logarytmujące



Rys. 4. Wzmacniacz logarytmujący z tranzystorem bipolarnym npn

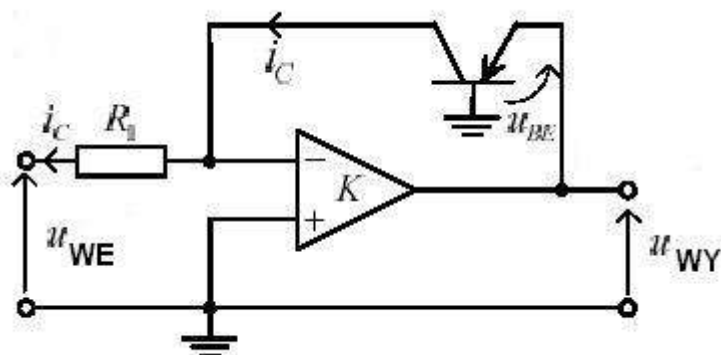
Napięcie wyjściowe układu:

$$u_{wy} = -u_{be} = -U_T \ln \frac{u_{we}}{I_{CS} R_1}$$

Zaleta – wyeliminowanie wpływu współczynnika m na napięcie wyjściowe. Zakres pracy – dziewięć dekad przy zastosowaniu WO o małych prądach wejściowych. Wada – silna zależność u_{wy} od temperatury.

Układy logarytmujące

Inne rozwiązania układów logarytmujących:



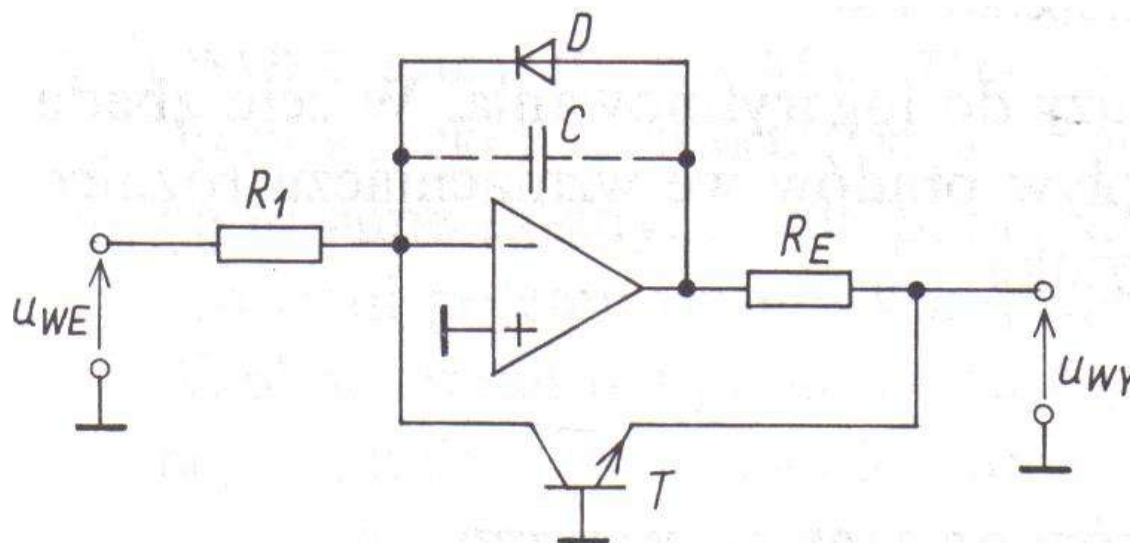
Rys. 5. Wzmacniacz logarytmujący z tranzystorem bipolarnym pnp

Napięcie wyjściowe układu:

$$u_{wy} = U_T \ln \left(\frac{-u_{we}}{I_{CS} R_1} \right)$$

Układy logarytmujące

Inne rozwiązania układów logarytmujących:



Rys. 6. Układ logarytmujący z kompensacją częstotliwościową

Układy logarytmujące

Napięcie wyjściowe układu:

$$u_{wy} = -u_{be} = -U_T \ln \frac{u_{we}}{I_{CS} R_1}$$

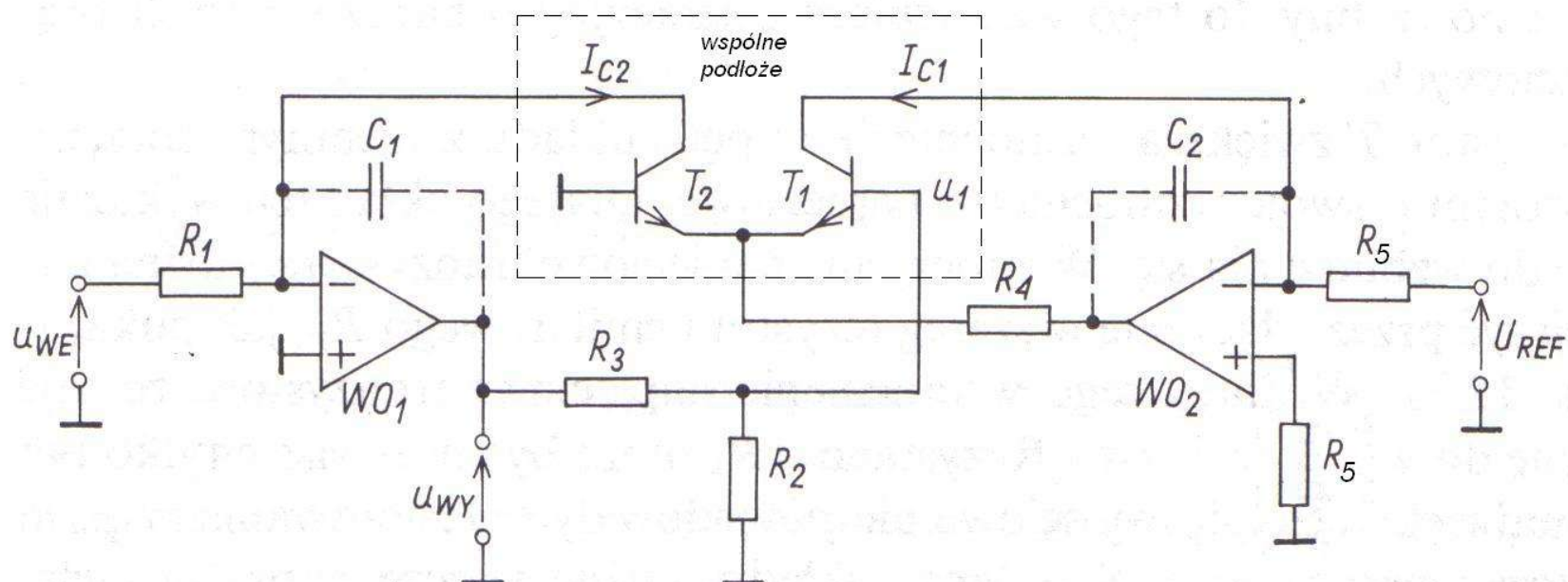
Zastosowanie tranzystora T zwiększa wzmocnienie układu – wzmacniacz może się wzbudzić.

Rezystor R_E ogranicza wzmocnienie. Kondensator C ogranicza pasmo wzmacniacza – kompensacja biegunem dominującym.

Dioda D zapobiega przesterowaniu wzmacniacza przy ujemnych napięciach wejściowych co uniemożliwia uszkodzenie tranzystora zbyt dużym napięciem wstecznym.

Układy logarytmujące

Wszystkie prezentowane układy posiadają jedną znaczącą wadę – silną zależność parametrów od temperatury.



Rys. 7. Wzmacniacz logarytmujący skompensowany termicznie

Układy logarytmujące

Zależność opisująca napięcie wyjściowe układu:

$$u_{wy} = -U_T \left(1 + \frac{R_3}{R_2} \right) \ln \left(\frac{R_5}{R_1} \frac{u_{we}}{U_{REF}} \right)$$

gdy: $U_T = 26\text{mV}$, $R_3/R_4 = 15.7$, $R_5/(U_{REF} R_1) = 1V$ to:

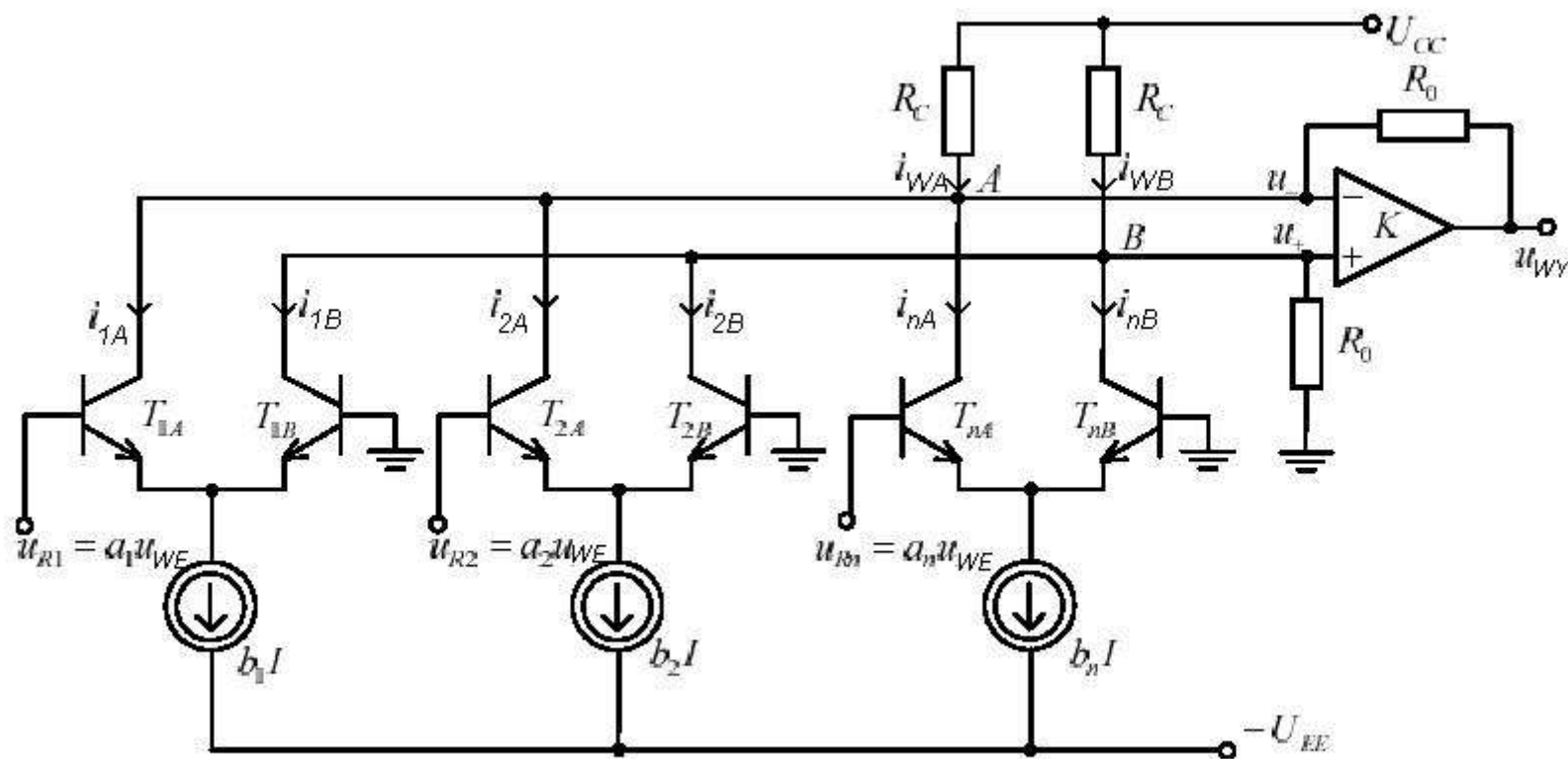
$$u_{wy} = -\log(u_{we})$$

Wtedy nachylenie charakterystyki wynosi 1V/dek u_{we} .

Wada układu – zależność U_T od temperatury. Można zastosować tranzystory w układzie scalonym ze stabilizacją temperatury lub zastosowanie R_2 zależnego od temperatury:

$$\frac{\Delta R_2 / R_2}{\Delta T} = 0.33\%/^{\circ}C$$

Układy logarytmujące



Rys.8. Szerokopasmowy wzmacniacz logarytmujący

Układy logarytmujące

Różnicowe prądy kolektorowe opisuje równanie:

$$i_R = \alpha I \tanh\left(\frac{u_R}{2U_T}\right)$$

Dla n par różnicowych sumaryczny prąd dany jest równaniem:

$$i_{WR} = i_{WA} - i_{WB} = \sum_{j=1}^n i_{Rj} = \alpha I \sum_{j=1}^n b_j \tanh\left(a_j \frac{u_{we}}{2U_T}\right)$$

Definiując zmienne:

$$x = \frac{u_{we}}{2U_T} \quad y = \frac{i_{WR}}{\alpha I}$$

Układy logarytmujące

Otrzymujemy zależność:

$$y = \sum_{j=1}^n b_j \tanh(a_j x)$$

która aproksymuje równanie:

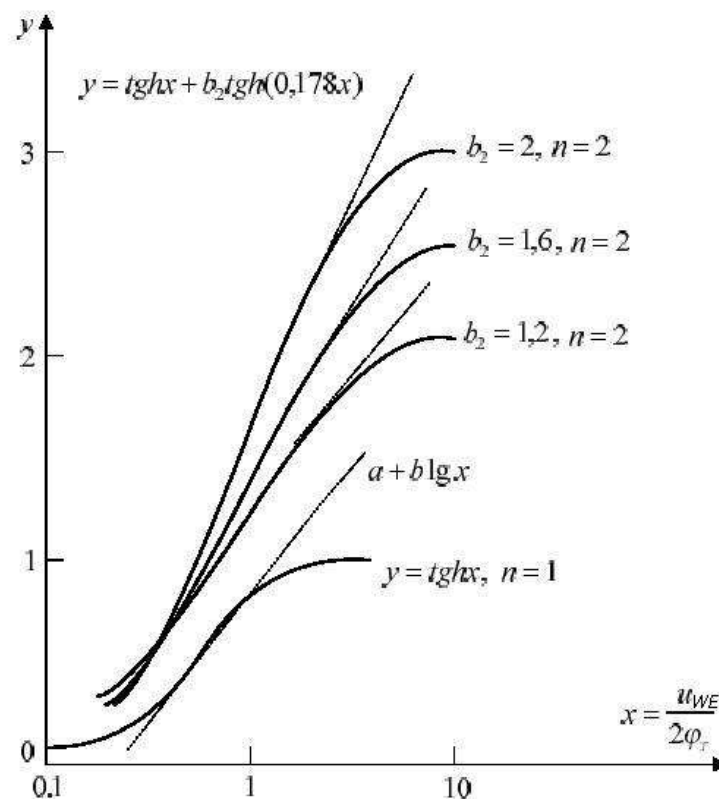
$$y \cong y_a = a + b \log(x)$$

Napięcie wyjściowe wzmacniacza dane jest zależnością:

$$u_{wy} = i_{WR} R_0$$

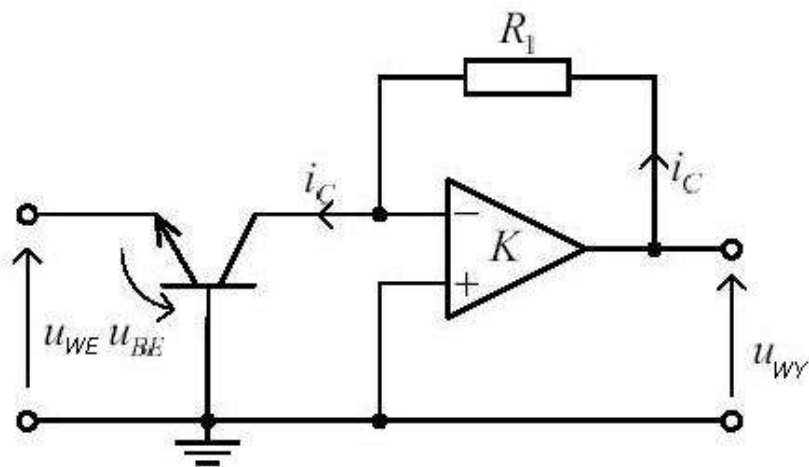
Liczna stopni różnicowych decyduje o szerokości dynamicznego zakresu napięć wejściowych, np. SN76502 zawiera dwa czterostopniowe wzm.log., zakres zmian $u_{we} = 60\text{dB}$, dokładność $\pm 0.5\text{dB}$, $f_{3\text{dB}} = 40\text{MHz}$.

Układy logarytmujące



Rys. 9. Charakterystyki statyczne szerokopasmowego wzmacniacza logarytmującego

Układy wykładnicze



Prąd kolektora tranzystora dany jest równaniem:

$$i_C = I_{CS} \exp\left(\frac{u_{BE}}{U_T}\right) = I_{CS} \exp\left(-\frac{u_{we}}{U_T}\right)$$

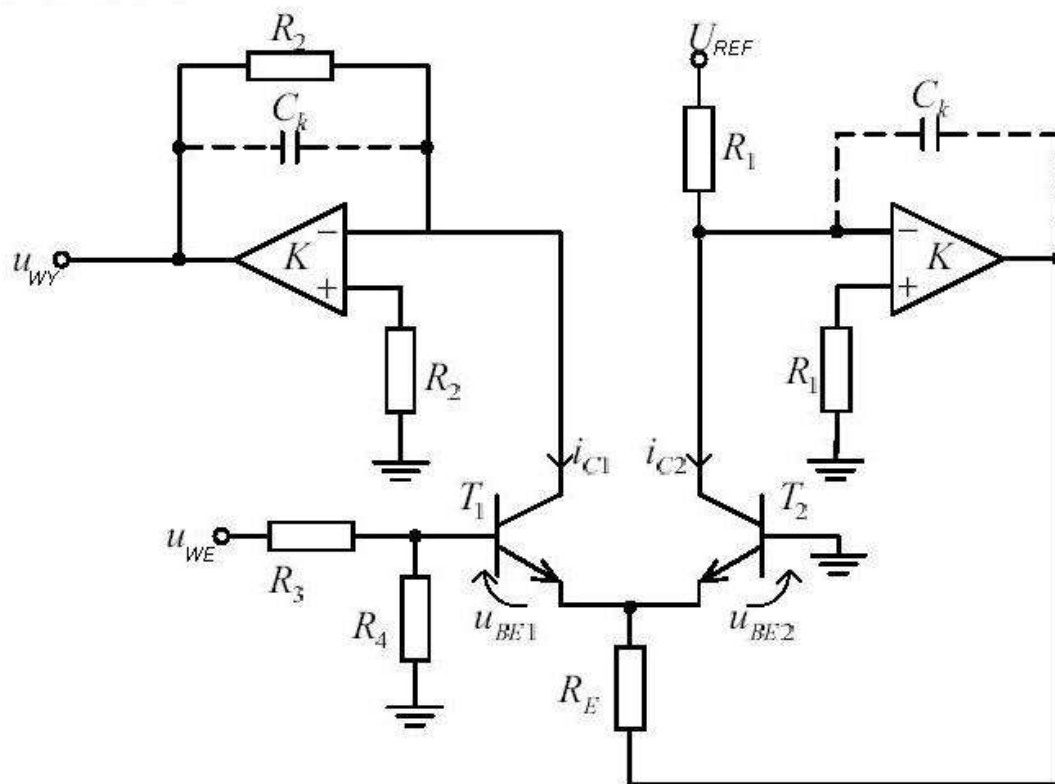
Napięcie wyjściowe układu:

$$u_{wy} = i_C R_1 = I_{CS} R_1 \exp\left(-\frac{u_{we}}{U_T}\right)$$

Rys. 10. Schemat prostego wzmacniacza wykładniczego

Wada układu – silna zależność parametrów od temperatury.

Układy wykładnicze



Rys. 11. Wzmacniacz wykładniczy skompensowany temperaturowo

Układy wykładnicze

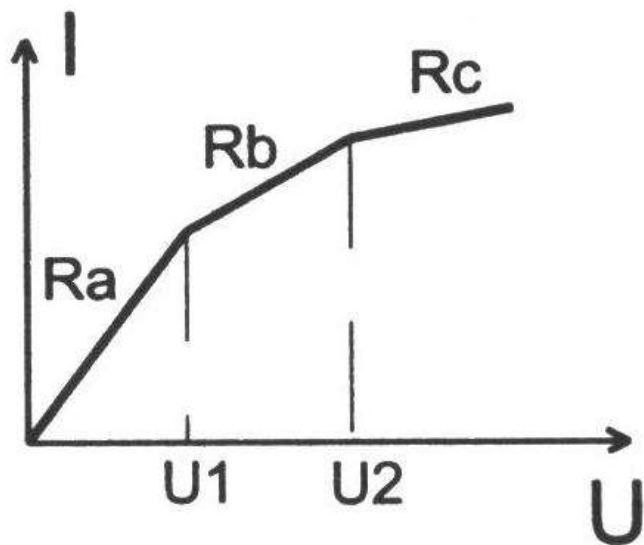
Napięcie wyjściowe układu:

$$u_{wy} = U_{REF} \frac{R_2}{R_1} \exp\left(\frac{u_{we}}{U_T} \frac{R_4}{R_3 + R_4}\right)$$

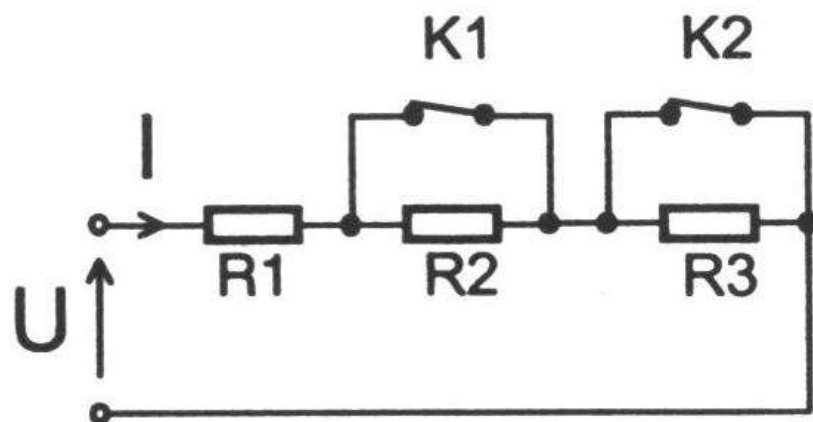
gdy: $U_T = 26\text{mV}$, $U_R R_2/R_1 = 1\text{V}$, $R_3/R_4 = 15.7$ to:

$$u_{wy} = 10^{u_{we}}$$

Realizacja funkcji nieliniowej poprzez aproksymację odcinkami prostoliniowymi



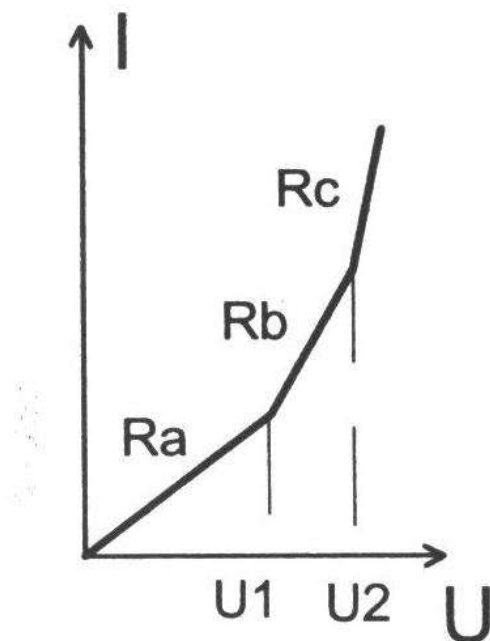
$$\begin{aligned} R_a &= R_1 \\ R_b &= R_1 + R_2 \\ R_c &= R_1 + R_2 + R_3 \end{aligned}$$



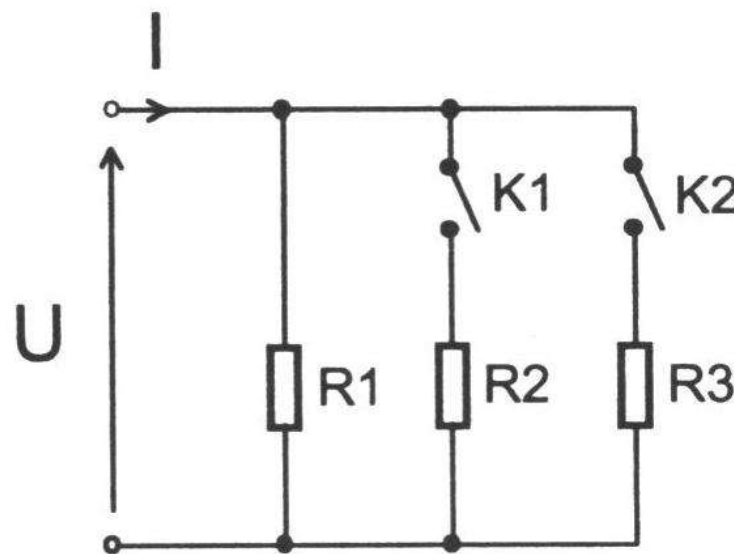
klucze normalnie zwarte
K1 rozwarty, gdy $U > U_1$
K2 rozwarty, gdy $U > U_2$

Rys.12. Aproksymacja odcinkowa funkcji wypukłej

Realizacja funkcji nieliniowej poprzez aproksymację odcinkami prostoliniowymi



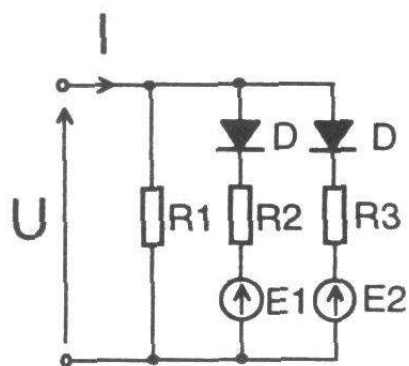
$$\begin{aligned} R_a &= R_1 \\ R_b &= R_1 \parallel R_2 \\ R_c &= R_1 \parallel R_2 \parallel R_3 \end{aligned}$$



klucze normalnie rozwarte
 K_1 zwarty, gdy $U > U_1$
 K_2 zwarty, gdy $U > U_2$

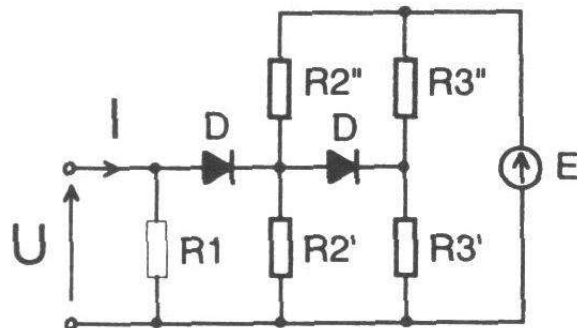
Rys.13. Aproksymacja odcinkowa funkcji wklęsłej

Realizacja funkcji nieliniowej poprzez aproksymację odcinkami prostoliniowymi



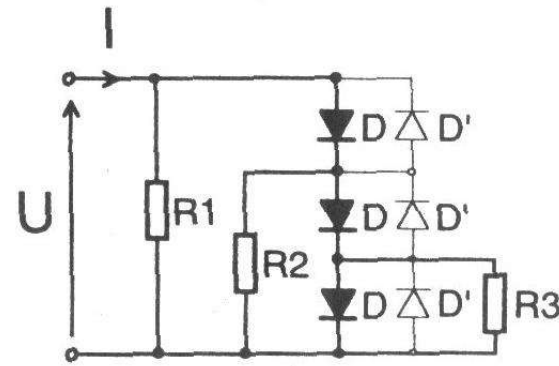
$$E1 = U1 - U_d$$

$$E2 = U2 - U_d$$



$$E \cdot R2' / (R2' + R2'') = U1 - U_d$$

$$E \cdot R3' / (R3' + R3'') = U2 - 2U_d$$



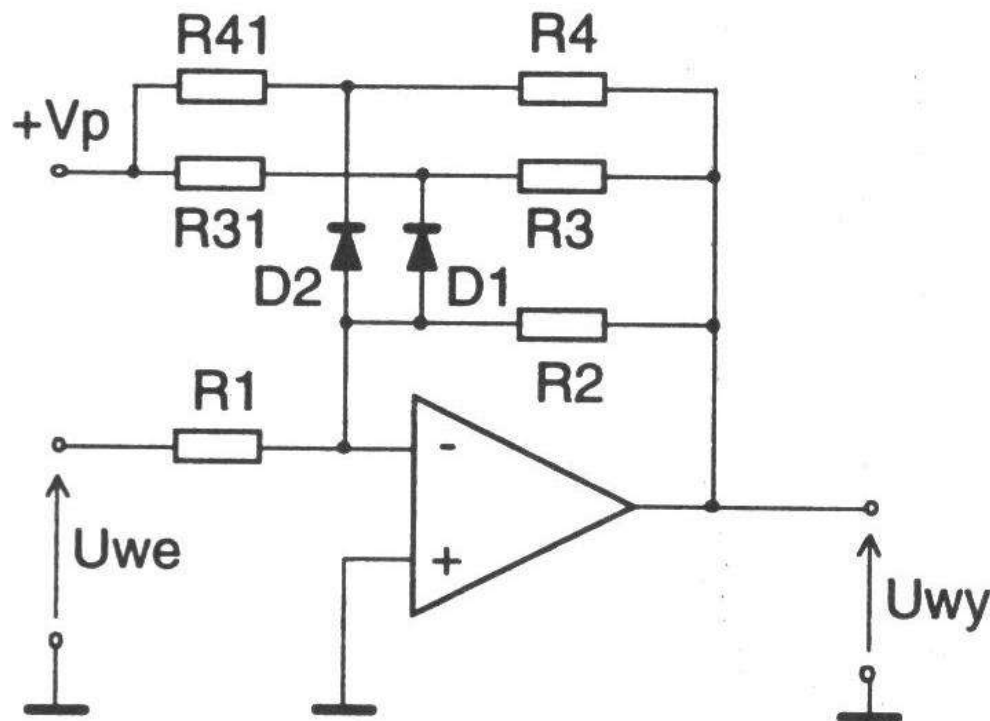
$$R2 = R2' || R2''$$

$$R3 = R3' || R3''$$

gdzie U_d – spadek napięcia na przewodzącej diodzie ($U_d \approx 0,5V$)

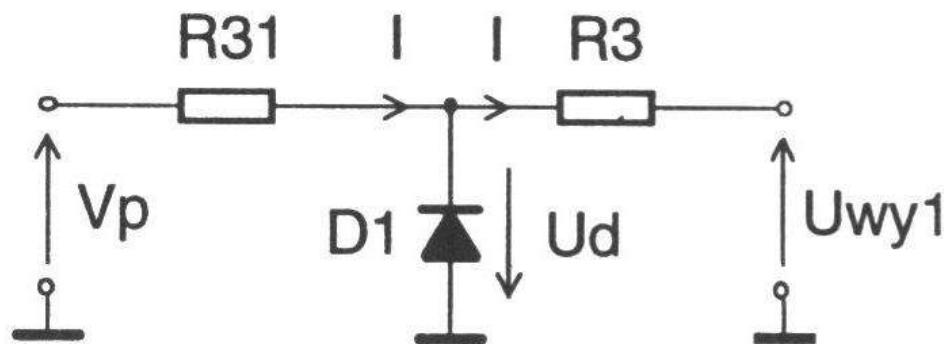
Rys. 14. Przykłady realizacji praktycznej charakterystyki wklęsłej odcinkami linii prostych: z wieloma źródłami pomocniczymi, z jednym źródłem pomocniczym i bez źródła pomocniczego

Realizacja funkcji nieliniowej poprzez aproksymację odcinkami prostoliniowymi



Rys. 15. Wzmacniacz realizujący aproksymację odcinkową funkcji wypukłej (U_{we} - zazwyczaj trójkąt)

Realizacja funkcji nieliniowej poprzez aproksymację odcinkami prostoliniowymi

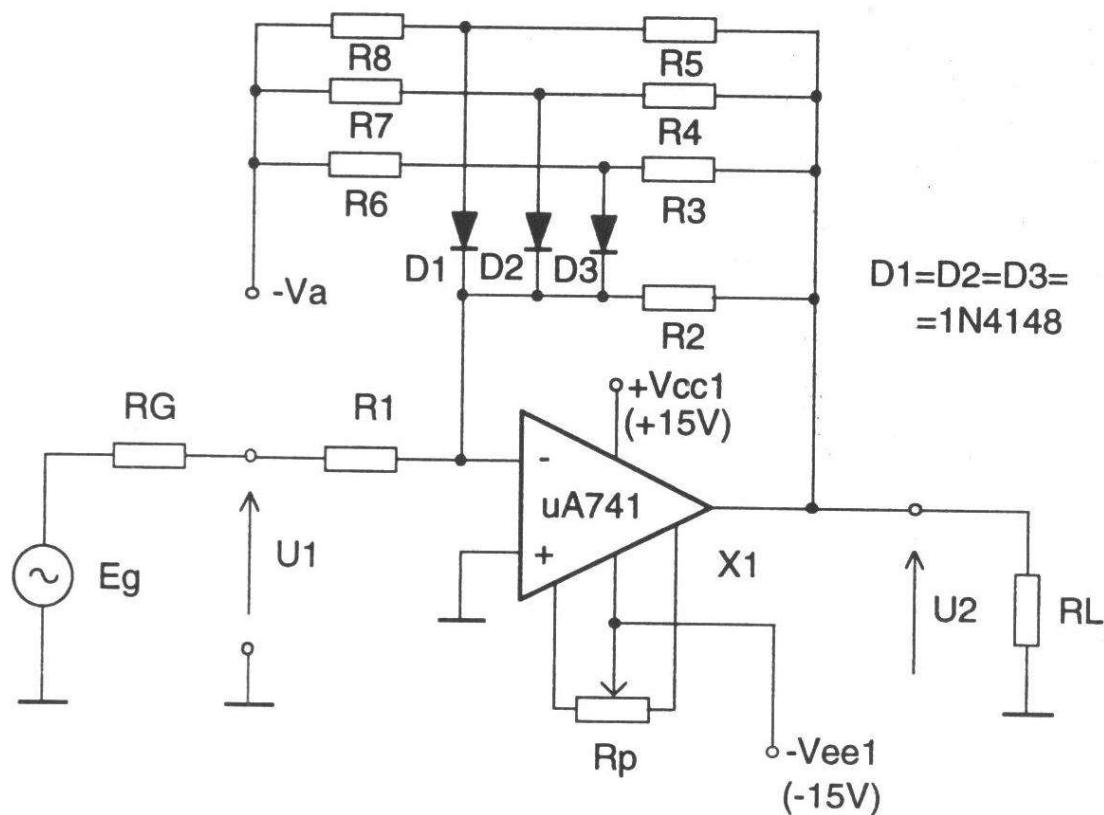


Rys. 16. Fragment członu sprzężenia zwrotnego wzmacniacza z rys. 15

Rezystor R_{31} wyznaczamy z zależności:

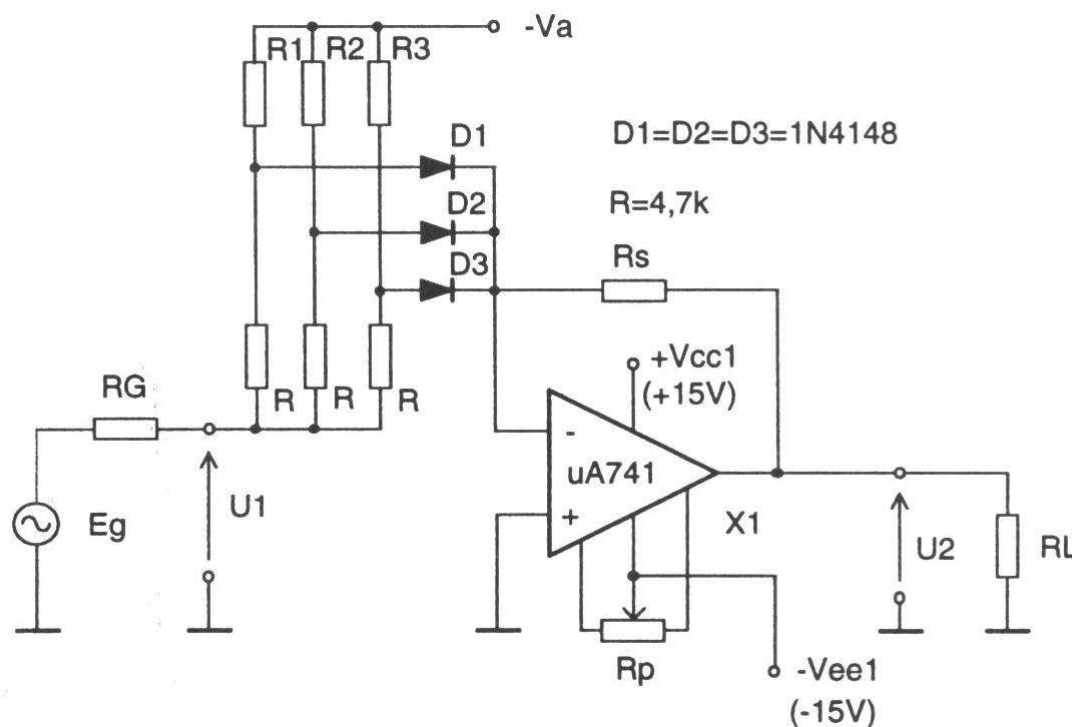
$$I = \frac{V_P + U_d}{R_{31}} = \frac{-U_{wy} - U_d}{R_3}$$

Realizacja funkcji nieliniowej poprzez aproksymację odcinkami prostoliniowymi



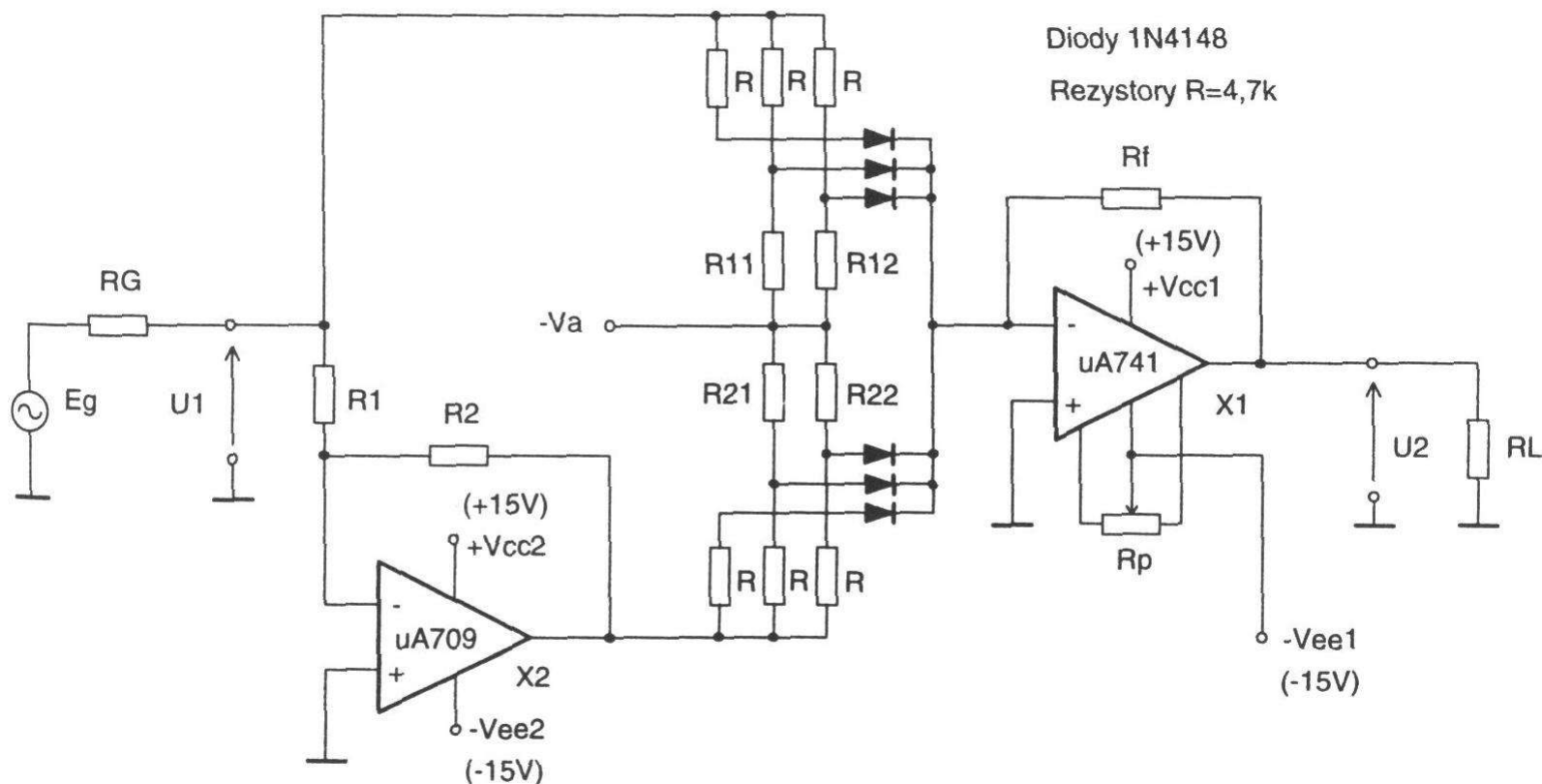
Rys.17 .Układ logarytmujący wykorzystujący aproksymację odcinkową (mały błąd temperaturowy)

Realizacja funkcji nieliniowej poprzez aproksymację odcinkami prostoliniowymi



Rys. 18. Jednoćwiartkowy wzmacniacz paraboliczny

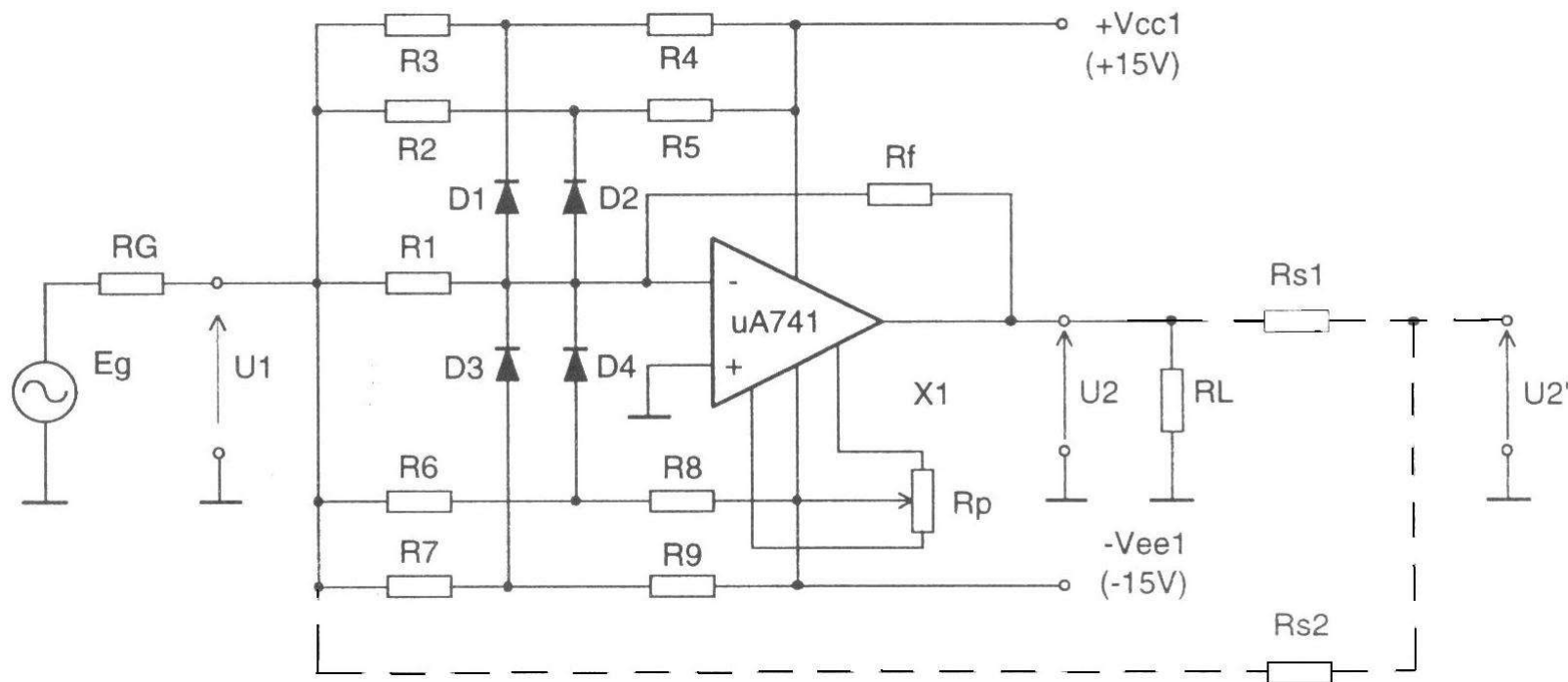
Realizacja funkcji nieliniowej poprzez aproksymację odcinkami prostoliniowymi



Rys. 19. Dwuściwkowy wzmacniacz paraboliczny. Zastosowanie – podwajacz częstotliwości:

$$U_2 = -(U_1 \sin(\omega t))^2 = -\frac{U_1^2}{2} + \frac{1}{2}U_1^2 \cos(2\omega t)$$

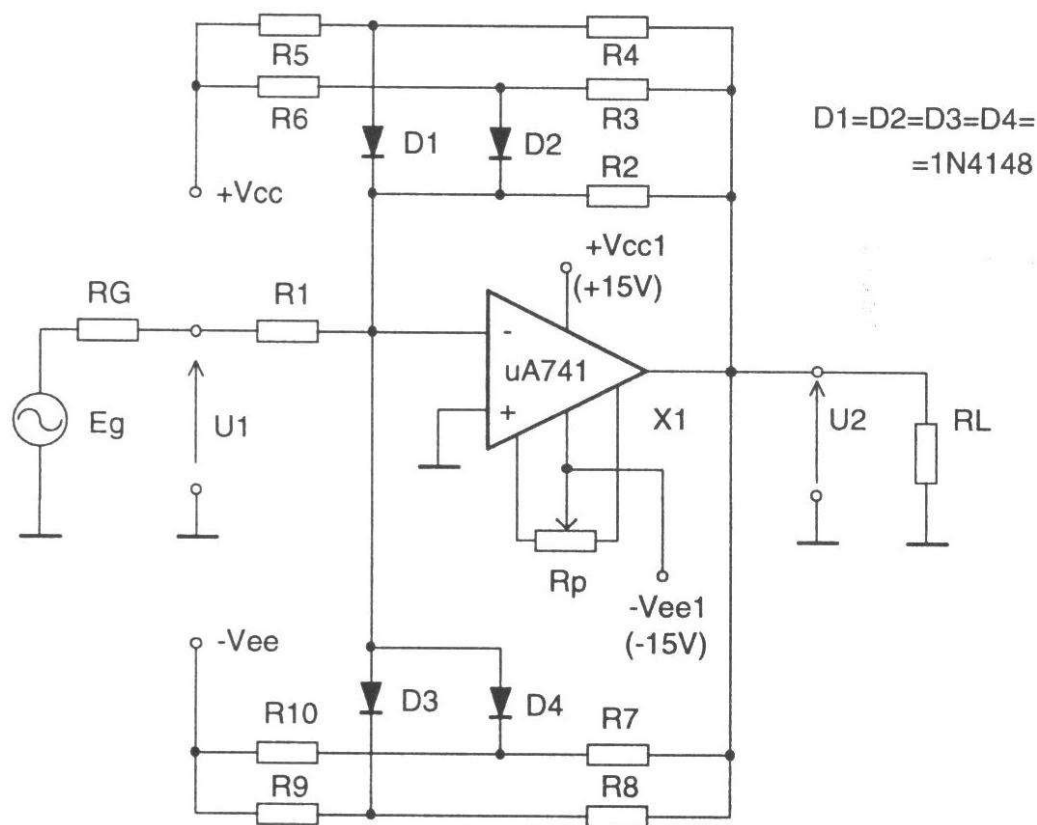
Realizacja funkcji nieliniowej poprzez aproksymację odcinkami prostoliniowymi



Rys. 20. Układ przekształtnika potęgowego sześciennego.
Zastosowanie – potrajacz częstotliwości:

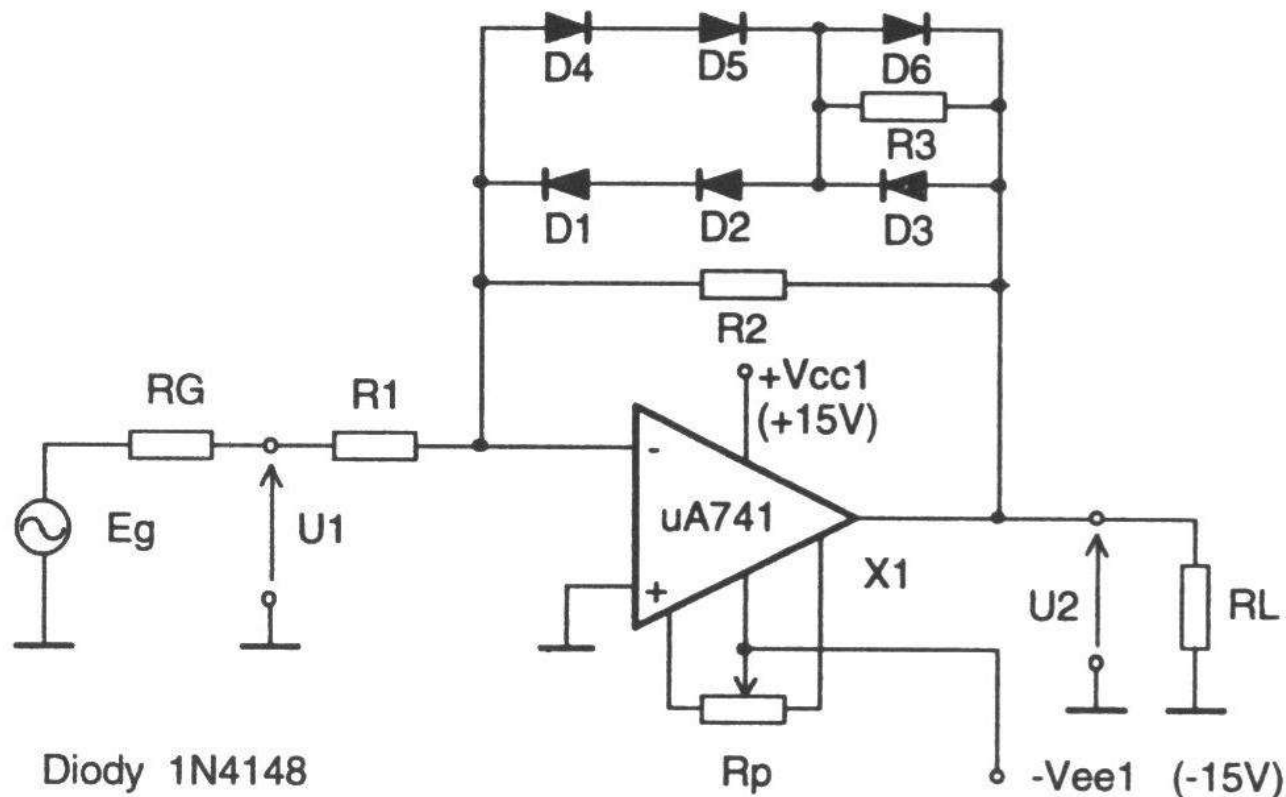
$$U_2 = -(U_1 \sin(\omega t))^3 = -\frac{3}{4}U_1^3 \sin(\omega t) + \frac{1}{4}U_1^3 \sin(3\omega t)$$

Realizacja funkcji nieliniowej poprzez aproksymację odcinkami prostoliniowymi



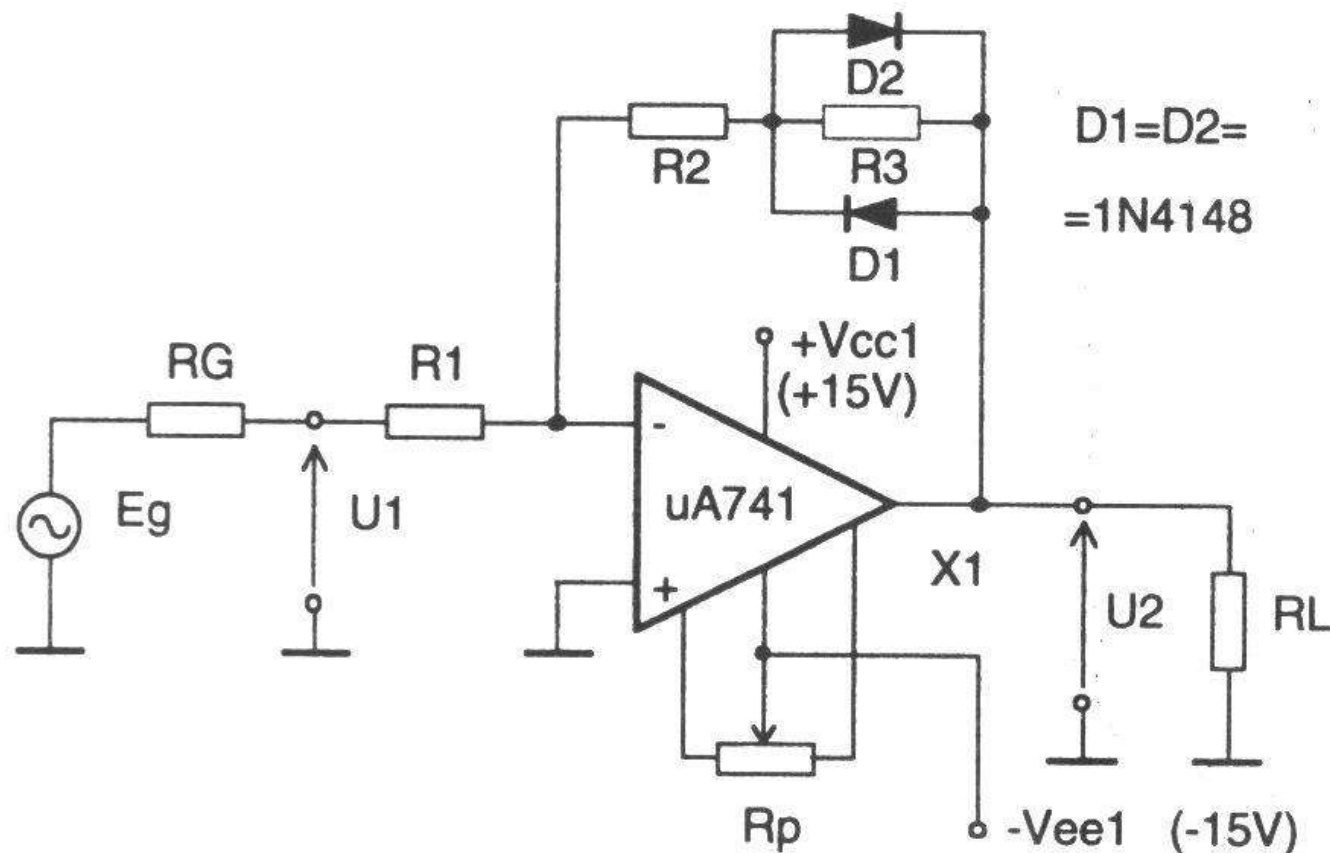
Rys. 21. Przekształtnik trójkąt – sinus z napięciem pomocniczym

Realizacja funkcji nieliniowej poprzez aproksymację odcinkami prostoliniowymi



Rys. 22. Przekształtnik trójkąt – sinus bez napięcia pomocniczego, małe napięcia wyjściowe

Realizacja funkcji nieliniowej poprzez aproksymację odcinkami prostoliniowymi



Rys. 23. Przekształtnik trójkąt – sinus, bez napięcia pomocniczego

Ograniczniki napięcia

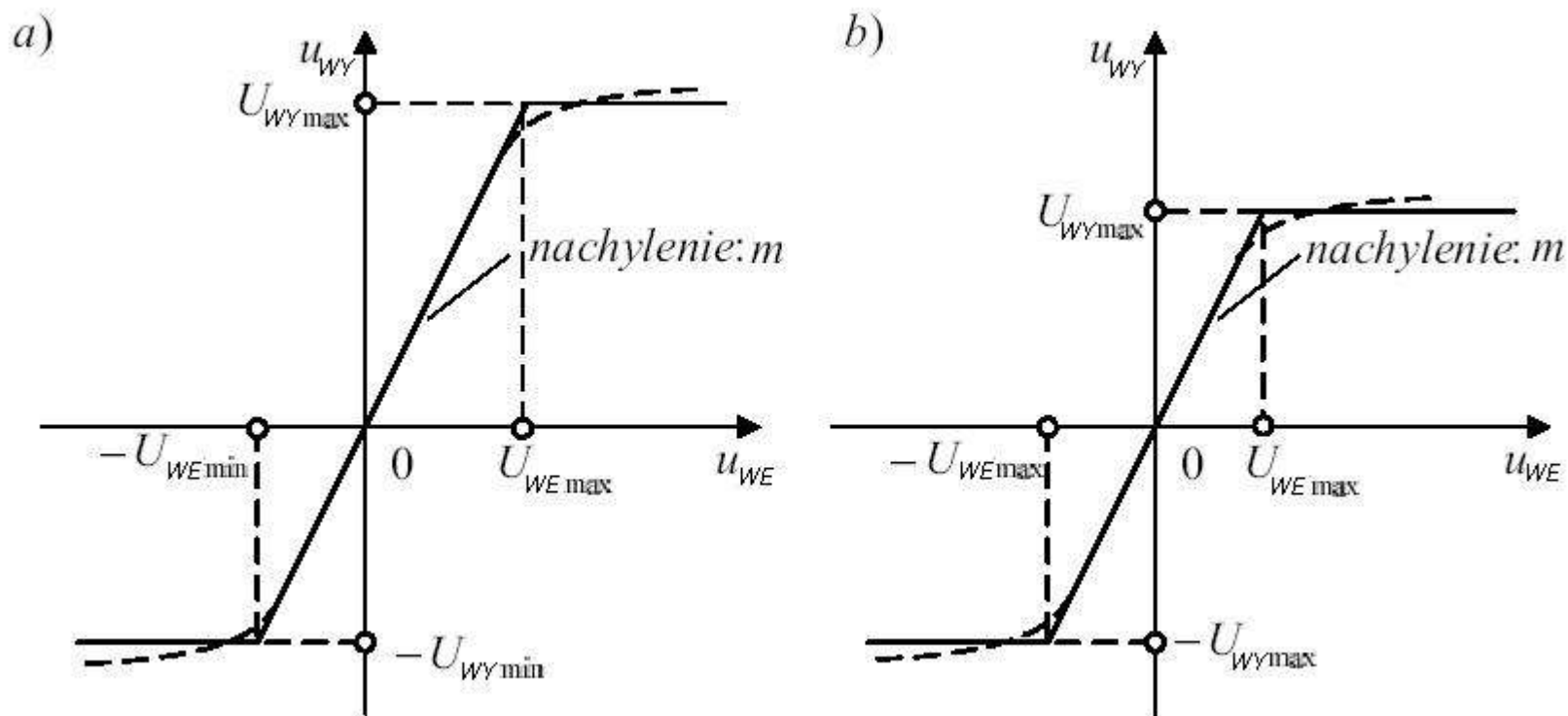
Ograniczniki amplitudy napięcia spełniają zależność:

$$u_{wy} = f(u_{we})$$

gdzie:

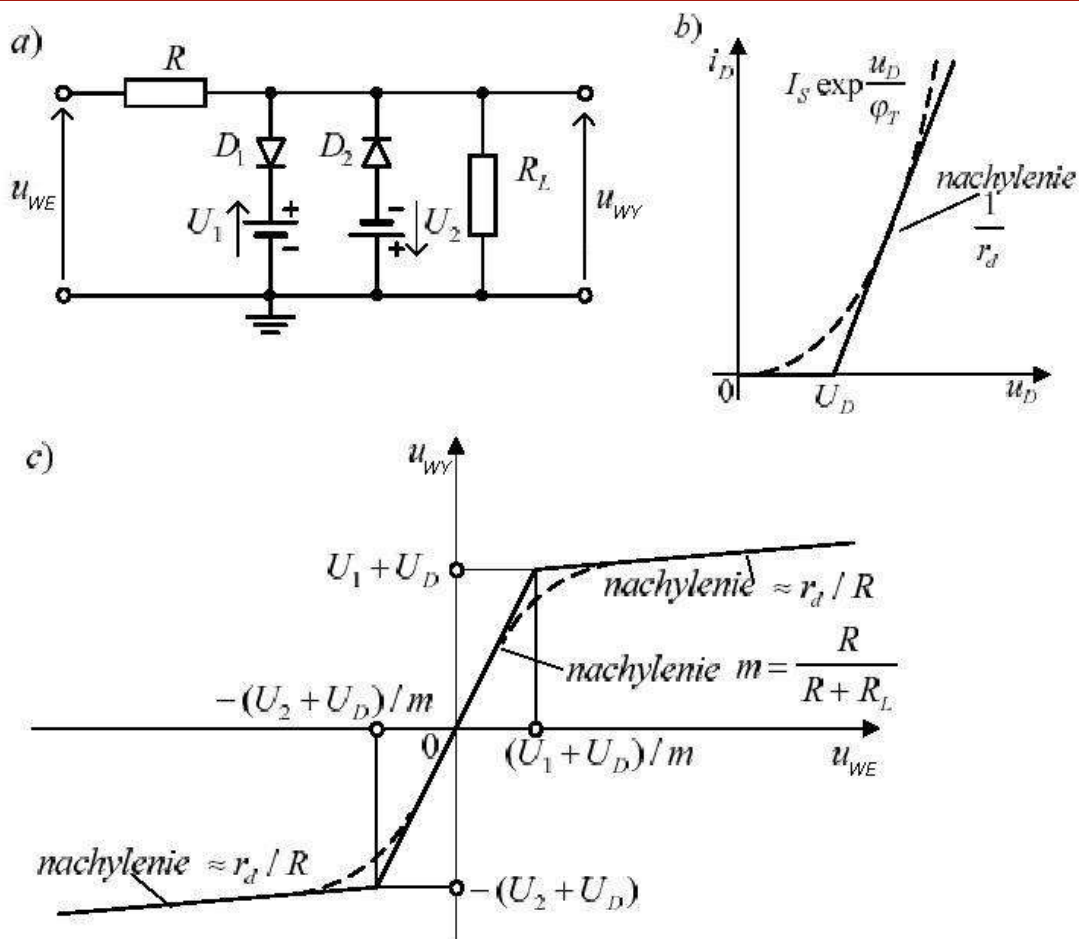
$$u_{wy} = \begin{cases} U_{wy \min} ; & u_{we} < U_{we \min} \\ mu_{we} ; & \text{dla } U_{we \min} \leq u_{we} \leq U_{we \max} \\ U_{wy \max} ; & u_{we} > U_{we \max} \end{cases}$$

Ograniczniki napięcia



Rys. 24. Charakterystyki przejściowe ograniczników napięcia: a) niesymetrycznego, b) symetrycznego

Ograniczniki napięcia



Rys. 25. Ogranicznik napięcia: a) schemat ideowy, b) sposób aproksymacji charakterystyki diody, c) charakterystyka ogranicznika

Ograniczniki napięcia

Dla małych napięć wejściowych:

$$u_{wy} = \frac{R_L}{R + R_L} u_{we} = m u_{we}$$

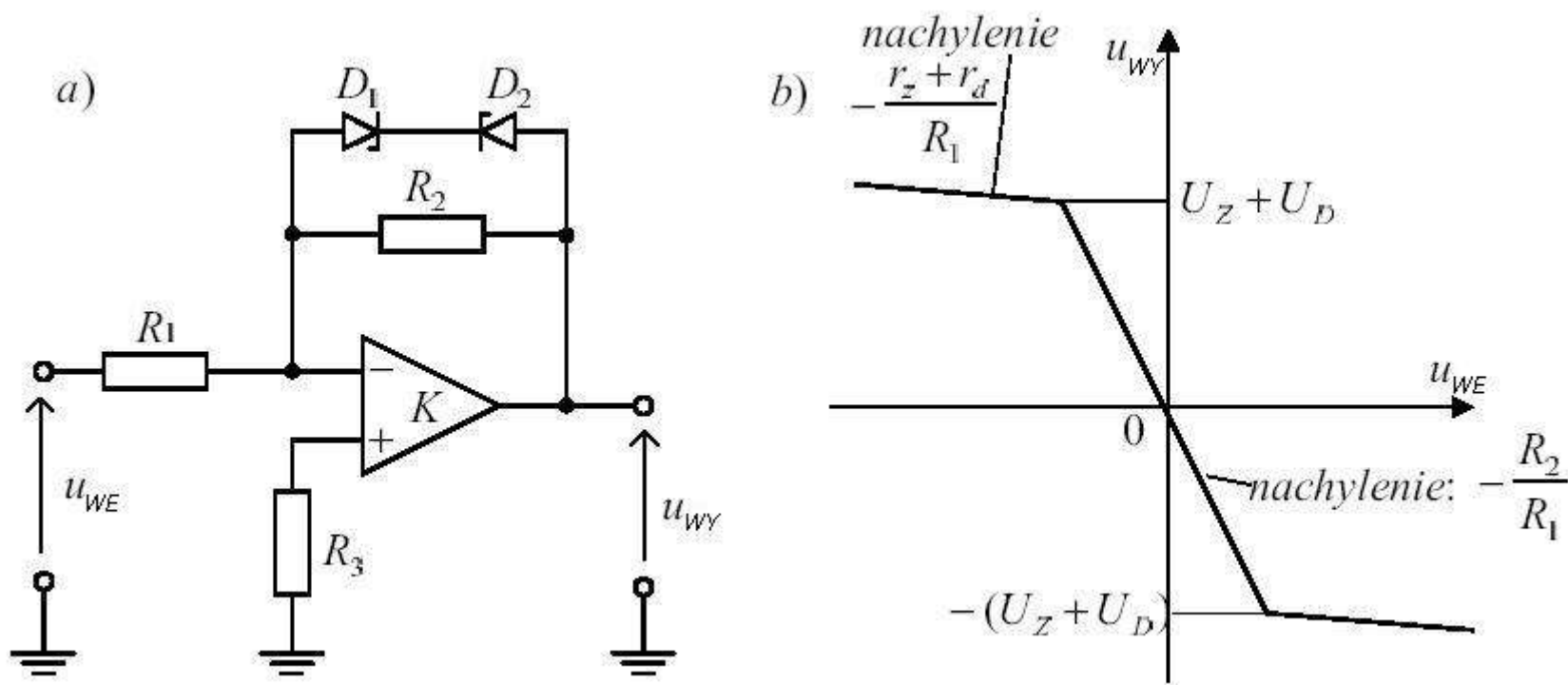
Maksymalne napięcie wyjściowe układu:

$$u_{wy \max} = u_{we} + U_D = \frac{R_L}{R + R_L} u_{we \max} = m u_{we \max}$$

Po przekroczeniu maksymalnego napięcia wyjściowego nachylenie charakterystyki ogranicznika wynosi:

$$\frac{R_L \parallel r_d}{R + R_L \parallel r_d} \cong \frac{r_d}{R} \quad \text{dla} \quad r_d \ll R, R_L$$

Ograniczniki napięcia



Rys. 26. Wzmacniacz odwracający z ogranicznikiem napięcia zbudowanym z diod Zenera: a) schemat ideowy, b) charakterystyka przejściowa układu

Układy progowe

Układy progowe realizują funkcję:

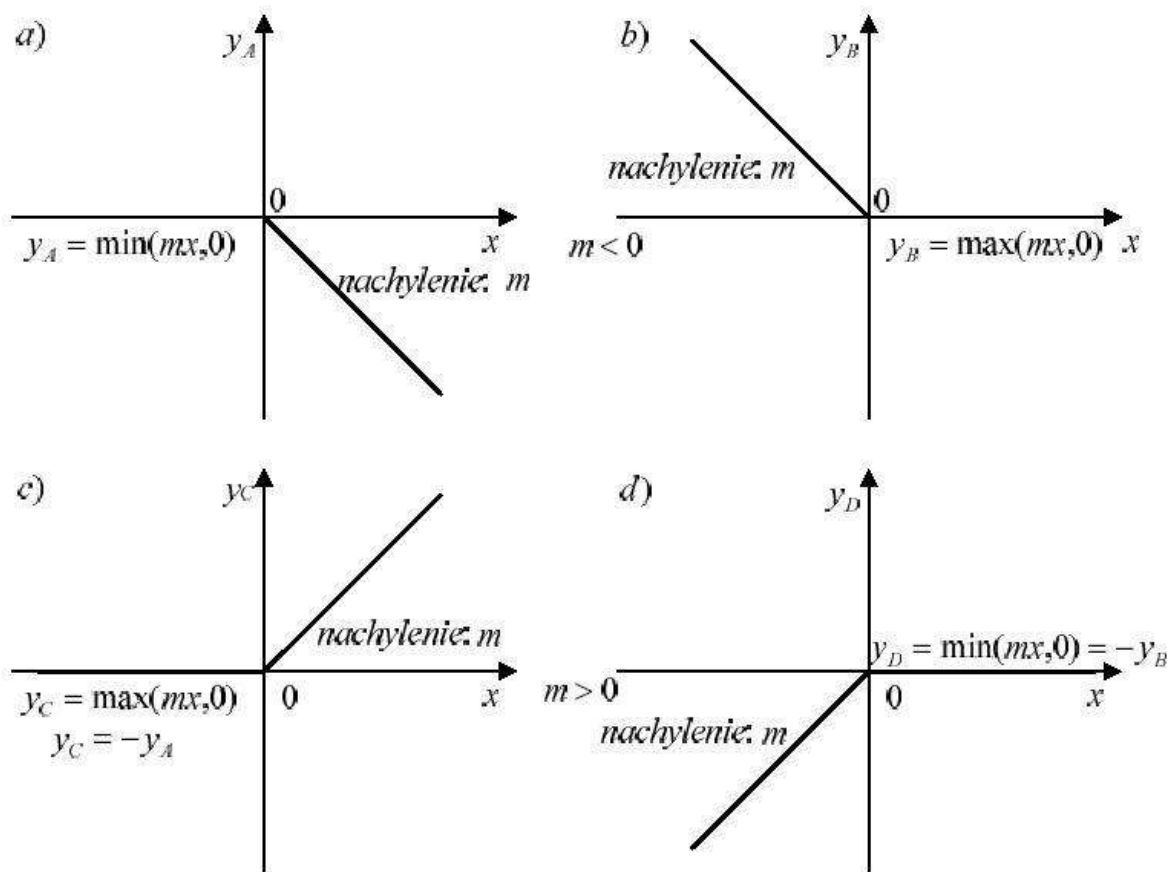
$$y = \pm \max(mx, 0)$$

lub

$$y = \pm \min(mx, 0)$$

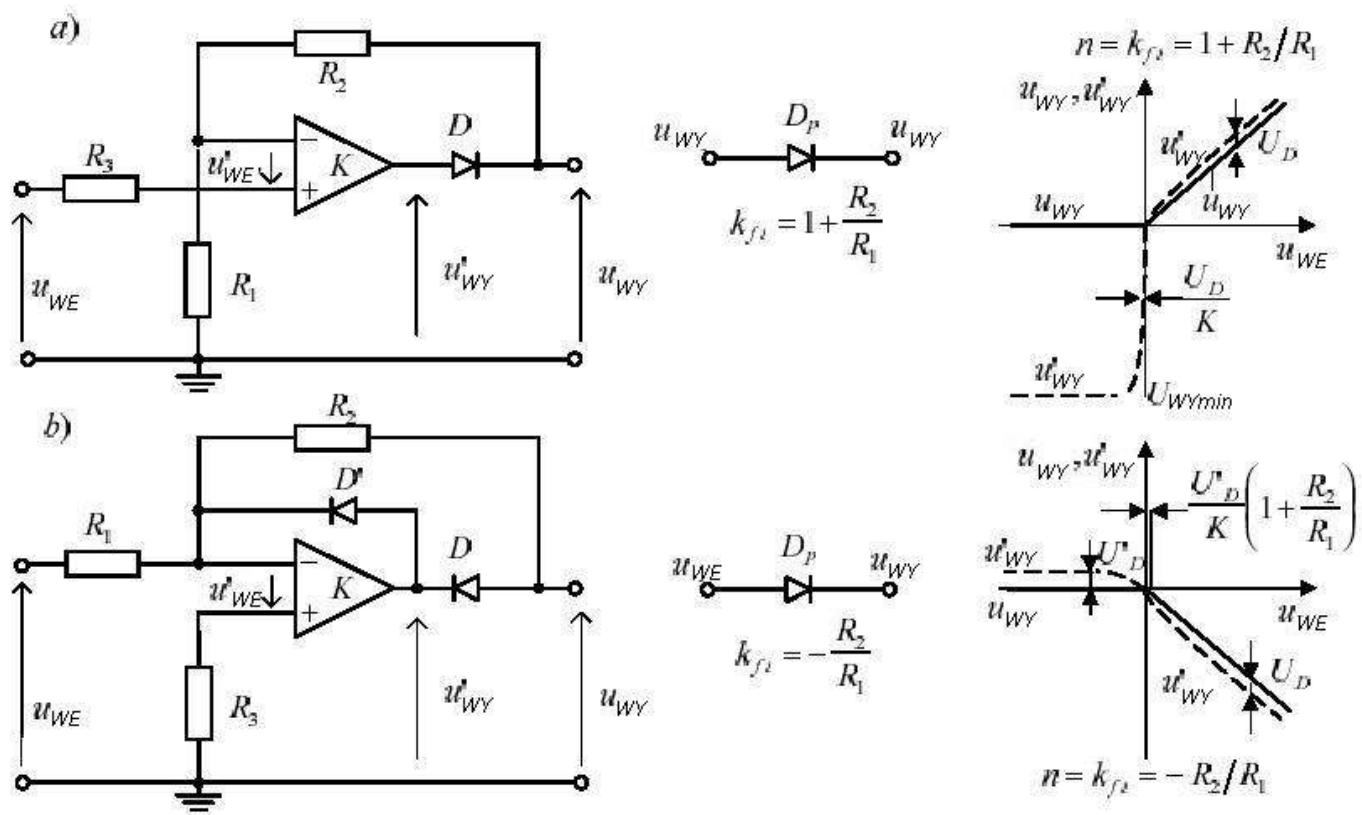
czyli przebieg wyjściowy układu jest funkcją liniową napięcia wejściowego układu (ze współczynnikiem kierunkowy m) dla napięć o jednej polaryzacji, a dla napięć wejściowych o polaryzacji przeciwnej jest równy zeru.

Układy progowe



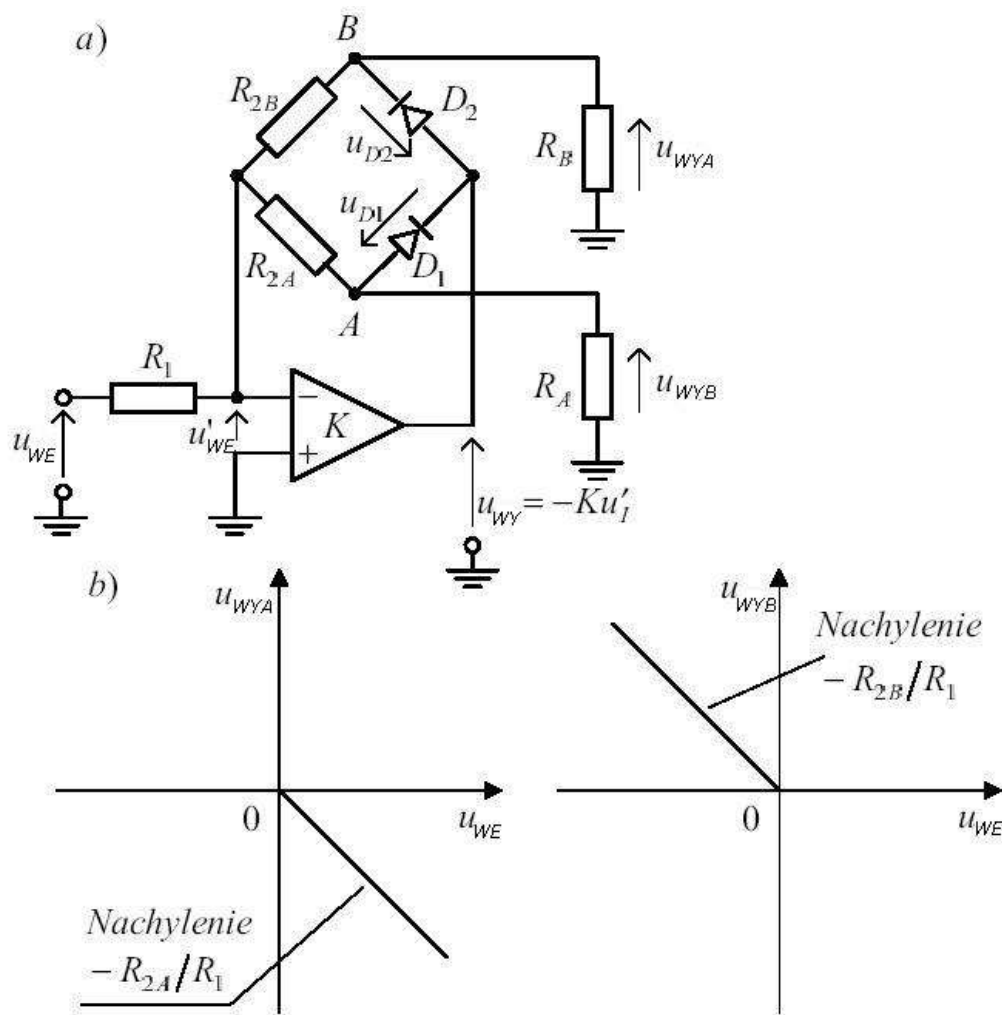
Rys. 27. Idealne charakterystyki układów progowych

Układy progowe



Rys. 28. Diodowe układy progowe: a) nieodwracający, b) odwracający

Układy progowe



Rys. 29.
Dwuwyjściowy
układ progowy:

- b) Schemat
ideowy,
- c) charakterystyki
statyczne dla
idealnego WO

Układy progowe

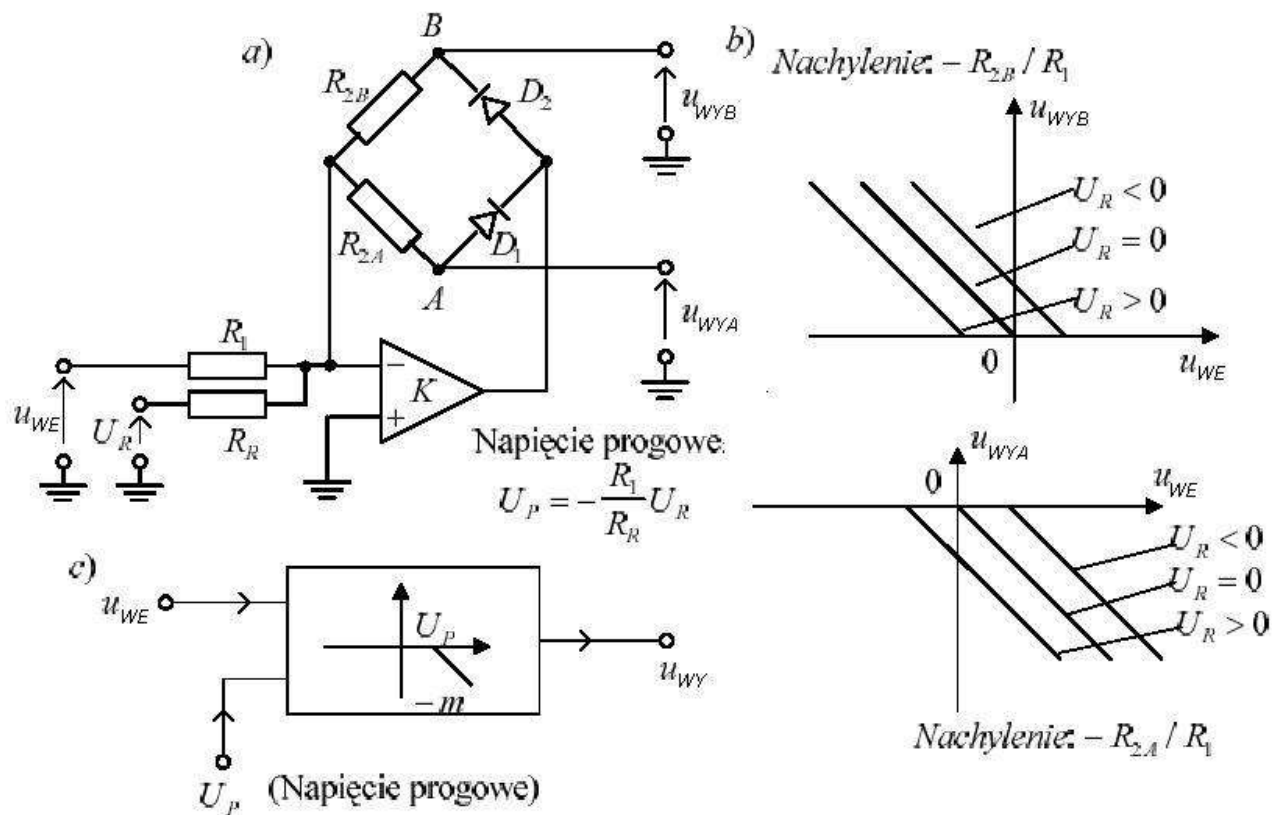
Napięcie wyjściowe układu:

$$u_{WYA} = \begin{cases} -\frac{R_{2A}}{R_1} u_{WE} & \text{przy } u_{WE} > 0 \\ 0 & \text{przy } u_{WE} \leq 0 \end{cases}$$

$$u_{WYB} = \begin{cases} -\frac{R_{2B}}{R_1} u_{WE} & \text{przy } u_{WE} < 0 \\ 0 & \text{przy } u_{WE} \geq 0 \end{cases}$$

Można także regulować próg zadziałania układu.

Układy progowe



Rys. 30. Układ progowy z regulowanym progiem działania: a) schemat układu, b) charakterystyki przejściowe, c) schemat blokowy

Układy progowe

Napięcie wyjściowe układu:

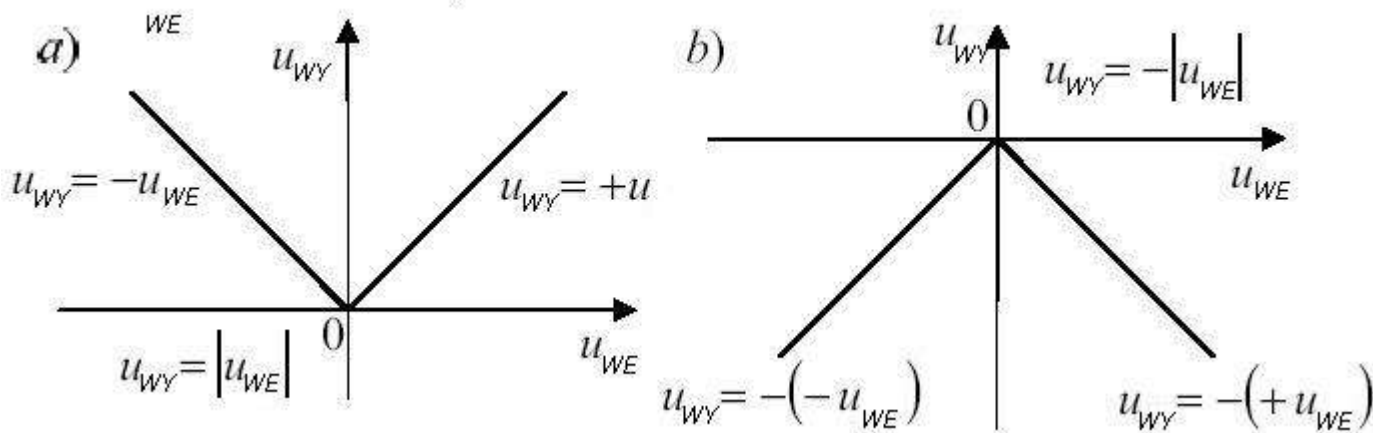
$$u_{WYA} = \begin{cases} -\frac{R_{2A}}{R_1}(u_{WE} - U_P) & \text{przy } u_{WE} > U_P \\ 0 & \text{przy } u_{WE} \leq U_P \end{cases}$$

$$u_{WYB} = \begin{cases} -\frac{R_{2B}}{R_1}(u_{WE} - U_P) & \text{przy } u_{WE} < U_P \\ 0 & \text{przy } u_{WE} \geq U_P \end{cases}$$

Precyzyjne prostowniki dwupołówkowe

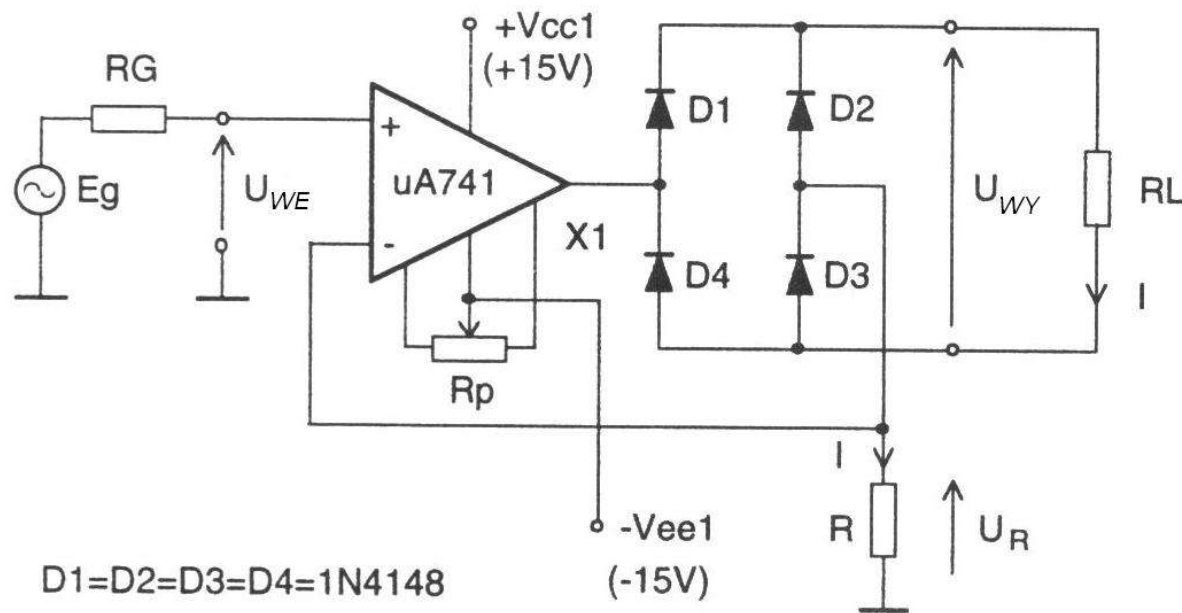
Precyzyjne prostowniki dwupołówkowe są układami realizującymi wartość bezwzględną (moduł) funkcji wejściowej:

$$u_{wy} = a |u_{we}|$$



Rys. 31. Charakterystyka przejściowa precyzyjnego prostownika dwupołówkowego: a) dla $a = 1$, b) dla $a = -1$

Precyzyjne prostowniki dwupołówkowe



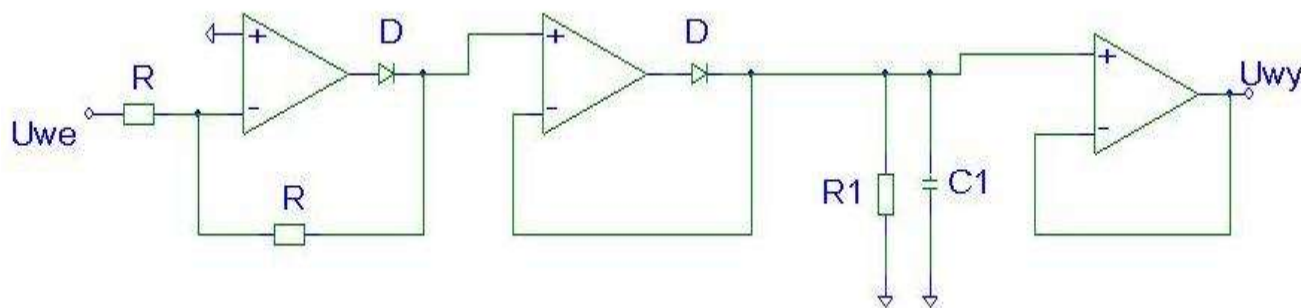
Napięcie wyjściowe układu:

$$u_{WY} = \frac{R_L}{R} |u_{WE}|$$

Rys. 32. Precyzyjny prostownik dwupołówkowy

Wyeliminowany wpływ spadku napięcia na diodach na wartość napięcia wyjściowego – diody wpięte w pętlę sprzężenia zwrotnego wzmacniacza.

Precyzyjne prostowniki dwupołówkowe



Rys. 33. Schemat ideowy precyzyjnego prostownika szczytowego

Napięcie wyjściowe układu:

$$u_{WY} = \max(u_{WE})$$

Dokładność przetwarzania zależy od pasma częstotliwości pracy układu i związanego z nim doбором stałej czasowej filtra wygładzającego R_1C_1 . Przy projektowaniu układu należy zwrócić także uwagę na maksymalny prąd wyjściowy WO oraz na jego wsp. szybkości zmian nap. wyjściowego (slew rate).



Zagadnienia

1. Metody generacji funkcji nieliniowych
2. Podstawowe układy logarytmujące z diodą półprzewodnikową i tranzystorem.
3. Układ logarytmujący skompensowany temperaturowo
4. Szerokopasmowy wzmacniacz logarytmujący
5. Układ wykładniczy skompensowany temperaturowo
6. Sposób odcinkowej aproksymacji funkcji nieliniowych za pomocą funkcji liniowej
7. Układ logarytmujący wykorzystujący aproksymację odcinkową
8. Dwuściwkowy wzmacniacz paraboliczny
9. Przekształtnik sześcienny
10. Przekształtniki trójkąt - sinus



Zagadnienia

- 11. Ograniczniki napięcia
- 12. Układy progowe
- 13. Precyzyjny prostownik dwupołwkowy
- 14. Precyzyjny prostownik szczytowy